

Kapitel VII

Einige spezielle stetige Verteilungen

(Aufgaben)

7. 1.

Der Durchmesser der in einer Abteilung hergestellten Schrauben gleicher Art genüge einer Normalverteilung mit dem Erwartungswert 4 mm und der Standardabweichung 0.06 mm.

1. Eine Schraube ist normgerecht, wenn der Durchmesser zwischen 3.88 mm und 4.09 mm liegt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine willkürlich ausgewählte Schraube normgerecht ist?
2. Stündlich werden 200 Schrauben produziert. Wieviel von ihnen haben im Durchschnitt einen Durchmesser, der größer als 4.08 mm ist?
3. Wie groß muß die Konstante c mindestens sein, so daß höchstens 4% der Schrauben einen Durchmesser haben, der nicht innerhalb des Intervalls $[4 - c, 4 + c]$ liegt?
4. Im Durchschnitt gehören 60% der stündlich hergestellten Schrauben zur höchsten Güteklasse. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß von vier aus der Stundenproduktion ausgewählten Schrauben genau zwei die Merkmale der höchsten Güteklasse aufweisen?
5. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine beliebig ausgewählte normgerechte Schraube die Merkmale der höchsten Güteklasse aufweist?

7. 2.

Auf Grund einer Marktanalyse schätzt man für den Planungszeitraum den Bedarf eines Artikels als normalverteilt mit einem Erwartungswert von 50 ME und einer Varianz von 9 ME.

1. Zu Beginn der Planperiode ist ein Lagerbestand von 53 ME vorhanden. Eine Auffüllung des Lagers ist in der gesamten Planperiode nicht vorgesehen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann der Bedarf in der Planperiode aus dem Lager gedeckt werden?
2. Eine Leitungsentscheidung legt fest, daß die Wahrscheinlichkeit der Bedarfsdeckung mindestens 0.99 betragen muß. Wie groß muß dann der Lagerbestand zu Beginn der Planperiode sein?

7. 3.

Bei einer Klausur mit einer maximalen Punktzahl von 100 seien die Ergebnisse (näherungsweise) normalverteilt mit dem Erwartungswert 60 und der Standardabweichung 10.

- 1) Bestimmen Sie den Anteil der Studenten
 1. die durchgefallen sind, wenn zum Bestehen der Klausur mindestens 50 Punkte erforderlich sind,
 2. die die Note "gut" erhalten, wenn diese für Punktzahlen von 80 bis 95 (jeweils einschließlich) vergeben sind.
- 2) Auf welchen Wert muß die Mindestpunktzahl festgelegt werden, wenn nicht mehr als 10% der Studenten durchfallen soll?

7. 4.

Auf einer Metallhobelmaschine werden Platten hergestellt, deren Dicke X untersucht wird. Es wird auf Grund von Erfahrungen angenommen, daß X normalverteilt ist und bei einer bestimmten Maschineneinstellung den Erwartungswert 10 mm und die Streuung 0.0004 mm^2 besitzt.

Eine Platte ist maßgerecht und damit verwendungsfähig, wenn die Dicke zwischen 9.7 und 10.05 mm liegt.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, daß eine Platte maßgerecht ist.

7. 5.

Ein Betrieb stellt Kugeln für Kugellager her. Der Nenndurchmesser der Kugeln beträgt 5 mm . Aufgrund des technologischen Prozesses ist der tatsächliche Durchmesser einer Zufallsgröße, die einer Normalverteilung mit $E(X) = 5 \text{ mm}$ und

$D(X) = 0.05 \text{ mm}$ genügt. Bei der Kontrolle werden alle Kugeln, deren Durchmesser vom Nenndurchmesser um mehr als 0.1 mm abweicht, als Ausschuß erklärt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine willkürlich ausgewählte Kugel normgerecht ist?

7. 6.

In einem Werk werden elektrische Widerstände maschinell gefertigt. Aus längeren Untersuchungen weiß man, daß die von einer Maschine angefertigten Widerstände einen Mittelwert von 152 Ohm und eine Dispersion von 4 Ohm aufweisen und normalverteilt sind. Der Betrieb erhält den Auftrag, 100000 Widerstände von 150 Ohm mit den Toleranzen ± 4 zu produzieren.

1. Welche Anzahl von Ausschußstücken hat man zu erwarten, wenn zur Produktion die genannten Maschine verwendet wird?
2. Wie groß wäre die Zahl der zu erwartenden Ausschußstücke, wenn es gelänge, die Maschine bei gleicher Dispersion auf den Mittelwert 150 Ohm einzustellen?
3. Welche der Varianten 1. und 2. ist für den Betrieb günstiger, wenn man weiß, daß jedes Ausschußstück zusätzliche Kosten von 1.25 € erfordert und für die Umrüstung der Maschine auf den Mittelwert 150 Ohm 11000 € veranschlagt werden?

7. 7.

Der Durchmesser X von Wellen, die auf einer Drehbank gefertigt werden, ist normalverteilt mit der Standardabweichung 0.1 mm .

- a) Für eine bestimmte Bestellung sind nur Wellen im Toleranzbereich 9.94 bis 10.18 mm brauchbar. Wie groß ist der Ausschußanteil bei einem Erwartungswert von 10 mm ?
- b) Für eine zweite Bestellung sind nur Wellen, deren Durchmesser kleiner als 9.5 mm ist, brauchbar. Wie groß muß der Erwartungswert sein, wenn der Ausschußanteil 0.2 sein soll?

7. 8.

In einem Sägewerk werden Leisten zugeschnitten. Die Leistenlänge ist eine normalverteilte Zufallsgröße mit dem Erwartungswert 200 cm und der Standard-Abweichung 3 cm .

1. Wieviel Prozent der zugeschnittenen Leisten sind länger als 199 cm und kürzer als 202 cm ?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die tatsächliche Länge um weniger

als 2.5 cm vom Erwartungswert abweicht?

7. 9.

Das Gewicht G von Küken gleicher Altersstufe und Rasse sei normalverteilt mit einem Mittelwert von 106 g und einer Varianz von 10.24.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß Küken in der Gewichtsklasse von 100 g bis 120 g fallen?

7 10.

Bei der automatischen Abfüllung von $\frac{1}{2}$ -l-Milchflaschen wird das abgefüllte Flüssigkeitsvolumen F als normalverteilt mit den Parametern $\mu = 500$ (in cm^3) und $\sigma = 5$ (in cm^3) angenommen.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine $\frac{1}{2}$ -l-Milchflasche weniger als 490 cm^3 enthält?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei einer Abfüllung die eingefüllte Milch überläuft, wenn
 1. das Volumen einer $\frac{1}{2}$ -l-Milchflasche 510 cm^3 beträgt;
 2. das Volumen der Milchflasche unabhängig vom abgefüllten Flüssigkeitsvolumen normalverteilt mit den Parametern $\mu_F = 510 cm^3$ und $\sigma_F = 2 cm^3$ ist?

7. 11.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, daß eine mit dem Parameter $\alpha > 0$ exponentialverteilte Zufallsgröße einen Wert annimmt, der kleiner als der Erwartungswert ist.

7. 12.

Bei einer Maschinenbedienung wurde ermittelt, dass durchschnittlich für eine Bedienung (bei Exponentialverteilung der Bedienungszeit) 15 Minuten benötigt werden
Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind für eine Bedienung weniger als 20 Minuten erforderlich?