Kapitel V

Parameter der Verteilungen von Zufallsgrößen

(Aufgaben)

5. 1.
Sei X die Anzahl der täglich verkauften Zeitschrift von einem Kiosk. The nachfolgende Tabelle zeigt die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten:

x	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	0.73	0.13	0.08	0.05	0.01

1. Stellen Sie die entsprechende Verteilungsfunktion $F(x)$ auf.
2. Berechnen und interpretieren Sie

   i. $F(2.5)$
   ii. $F(3.8)-F(1.8)$.

3. Bestimmen und interpretieren Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Zufallsgröße X.

5. 2.
Ein Gerät enthält 3 störanfällige Elemente. Die Wahrscheinlichkeit für den Ausfall des i -ten Elements (i =1,2,3) betrage p_i.
Bestimmen sie den Erwartungswert der Anzahl der ausfallenden Elemente.

5. 3.
Die tägliche Nachfrage nach einer leichtverderblichen Ware in einer Verkaufsstelle sei eine Zufallsgröße und besitze folgende Einzelwahrscheinlichkeiten:

x_i	30 ME	40 ME	50 ME	60 ME
p_i	0.2	0.4	0.3	0.1

Die Ware wird täglich geliefert. Für jede am gleichen Tag verkaufte Mengeneinheit erzielt die Verkaufsstelle einen Gewinn von 2 GE. Von der am gleichen Tag nicht verkauften Ware können noch 20% am nächsten Tag mit einem Gewinn von 1 GE/ME verkauft werden. Die übrige Menge kann nicht verkauft werden, so daß die Verkaufsstelle einen Verlust von 2 GE je ME erleidet. Ist die von den Käufern gewünschte Menge an einem Tag größer als die gelieferte Menge, erleidet die Verkaufsstelle auch einen Verlust, der auf 2 GE je nicht vorhandener ME geschätzt wird.

Der Verkaufsstellenleiter hat zu entscheiden, ob täglich 40 ME oder 50 ME zu bestellen sind.
1. Welche Menge ist zu bestellen, wenn das Kriterium der Erwartungswert des

Gewinns betrachtet wird?
2. Welche Bestellvariante ist zu wählen, wenn die Standardabweichung des Gewinns als Entscheidungskriterium gewählt wird?
3. Zu welcher Variante gelangt man, wenn als Kriterium der Variationskoeffizient des Gewinns gewählt wird?

5. 4.
Gegeben ist die Funktion

$$f(x) := \begin{cases} ax & \text{für } 0 < x < 2 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

1. Welchen Wert muß a annehmen, damit $f(x)$ als Dichtefunktion einer Zufallsgröße X aufgefaßt werden kann?
2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt X im Intervall $\left]1, \frac{3}{2}\right[$?
3. Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße X.

5. 5.
Ein Betrieb beschäftigt drei Monteure zur Beseitigung kleinerer plötzlich auftretender Havarien an einem Maschinenpark. Aus der betrieblichen Unterlagen geht hervor, daß innerhalb einer Zeitspanne 60% der Arbeitszeit jedes Monteurs durch Reparaturen ausgelastet ist. Jeder Monteur hat einen eigenen Tätigkeitsbereich und kann durch einen anderen nicht ersetzt werden.
1. Zur Prüfung gewisser Entscheidungsvarianten benötigt der Betrieb alle Wahrscheinlichkeiten für die Anzahl von Monteuren, die im betrachteten Zeitraum tätig sind.
2. Wieviel Monteure sind im Mittel produktiv eingesetzt?
3. Berechnen Sie das zentrale Moment 2. Ordnung für die entsprechende Verteilung.

5. 6.
Es sei f eine durch

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x^2(1-x) & 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

gegebene Funktion.

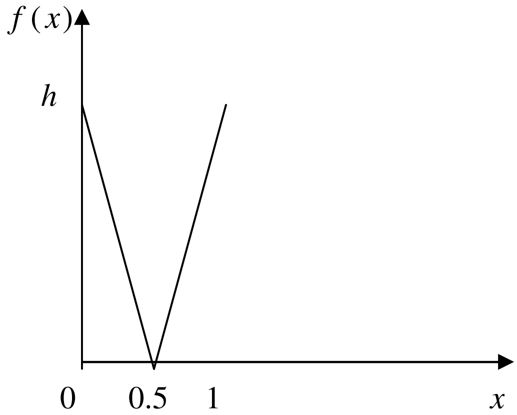
a) Bestimmen Sie α, so daß f die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsgröße X ist.
b) Ermitteln Sie die Verteilungsfunktion $F(x)$ sowie $E(X)$ und $D^2(X)$.
c) Berechnen Sie $P(X < \frac{1}{2})$ und $P(X < E(X))$.

5. 7.
Ein Betrieb erhält des öfteren Lieferungen von 100 Einzelteilen. Zur Prüfung werden 10 Stück ohne Zurücklegen ausgewählt. Enthält diese Stichprobe mehr als ein schlechtes Stück, wird die Lieferung zurückgeschickt, andernfalls wird sie angenommen. Mit den beiden möglichen

Entscheidungen (Annahme oder Ablehnung) sind folgende Kosten verbunden: Bei Annahme der Lieferung, verursacht jedes schlechte Stück 8 € Kosten, bei Ablehnung einer Partie, die mehr als 3 schlechte Stücke enthält, hat der Betrieb 200 € Transportkosten zu zahlen. Berechnen Sie den Erwartungswert, wenn die Lieferung genau 5 schlechte Stücke enthält.

5. 8.

Die Dichtefunktion $f(x)$ einer stetigen Zufallsgröße X habe die folgende Gestalt:



1. Bestimmen Sie den Ordinatenwert $f(0) = f(1) = h$.
2. Geben Sie unter Ausnutzung des für h ermittelten Wertes einen analytischen Ausdruck für die Dichtefunktion $f(x)$.
3. Berechnen Sie $E(X)$, $D^2(X)$ und $v(X)$.

5. 9.

Gegeben sei die Funktion

x_j	1	2	4	6
$f(x_j)$	$\frac{a}{6}$	$\frac{a}{4}$	$\frac{a}{12}$	a

1 . Wie muß a sein, damit $f(x_j)$ die Wahrscheinlichkeitsfunktion einer (diskreten) Zufallsgröße X ist?

2. Bestimmen Sie

2.1. die Verteilungsfunktion von X;
2.2. den Erwartungswert, die Dispersion und die Standardabweichung von X.

5. 10.

Eine diskrete Zufallsgröße X habe folgende Wahrscheinlichkeitsfunktion

x_j	0	1	2	3
$P(X = x_j)$	$\frac{3}{2}p$	$\frac{p}{2}$	p	$4p^2$

1. Bestimmen Sie p.
2. Wie lautet die Verteilungsfunktion von X?
3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $P(X < 2)$?
4. Berechnen Sie den Erwartungswert, die Dispersion und die Standardabweichung von X.

(Letzte Aktualisierung: 02.05.2017)