

Kapitel I

Zufällige Ereignisse und Ereignisalgebra

(Aufgaben)

1. 1

Unter den Hörern einer Vorlesung wird eine Person zufällig ausgewählt. Wir betrachten die folgenden Ereignisse:

- A : "Die ausgewählte Person ist männlichen Geschlechts"
 B : "Die ausgewählte Person raucht nicht"
 C : "Die ausgewählte Person wohnt in einem Internat".

a) Schreiben Sie die Ereignisse

$$A \cap B, \quad A \cap \bar{C}, \quad B \setminus A, \quad A \setminus B$$

in Worten.

- b) Unter welcher Bedingung gilt $\bar{A} = B$?
c) Unter welcher Bedingung gilt $A \cap B \cap C = A$?
d) Unter welcher Bedingung gilt $\bar{C} \subset B$?

1. 2

Ein technisches System bestehe aus zwei Dampferzeugern, einer Antriebsmaschine und drei Arbeitsmaschinen. In einem endlichen Zeitintervall $]0, T]$ betrachten wir folgende zufällige Ereignisse:

- A_i - der i -te Kessel arbeitet ohne Ausfall ($i = 1, 2$),
 B - die Antriebsmaschine arbeitet ohne Ausfall,
 C_j - die j -te Arbeitsmaschine arbeitet ohne Ausfall. ($j = 1, 2, 3$)

Das gesamte System ist arbeitsfähig, wenn wenigstens ein Kessel, die Antriebsmaschine und wenigstens zwei Arbeitsmaschinen ohne Ausfall arbeiten.

Es sei D das zufällige Ereignis, dass das System in $]0, T]$ arbeitsfähig ist. Stellen Sie das Ereignis D durch Verknüpfung der Ereignisse A_i ($i = 1, 2$), B und C_j ($j = 1(1)3$) bzw. der entsprechenden Komplementäreignisse dar!

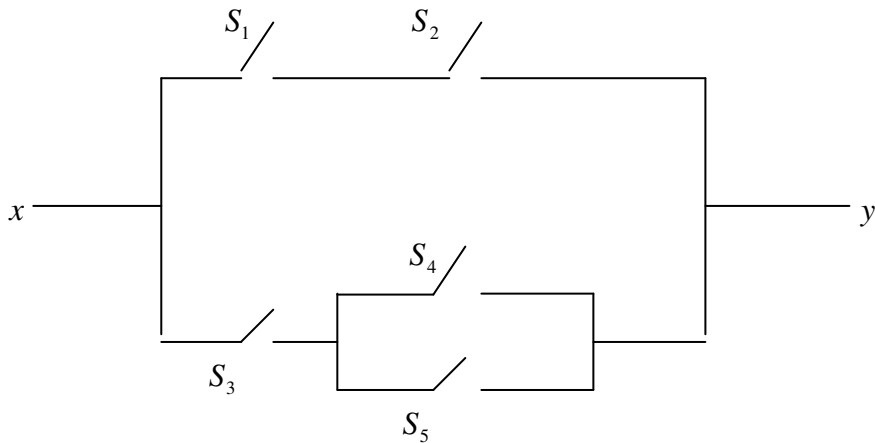
1. 3.

Eine Anlage besteht aus 4 Kesseln, 2 Turbinen und einem Generator. Ist der Generator arbeitsfähig, liegt das Ereignis A vor. B_k ($k = 1, 2, 3, 4$) bzw. C_i ($i = 1, 2$) seien die Ereignisse, dass der k -te Kessel bzw. die i -te Turbine arbeitsfähig sind. Die Arbeitsfähigkeit der Anlage (Ereignis D) ist gewährleistet, wenn der Generator, mindestens ein Kessel und mindestens eine Turbine arbeitsfähig sind.

Drücken Sie die Ereignisse D und \bar{D} durch die Ereignisse A , B_k und C_i aus.

1. 4.

Ein System von Schaltern S_i ($i = 1(1)5$) habe die folgende Gestalt:



Sei A_i das Ereignis, dass der Schalter S_i schließt ($i = 1(1)5$). Stellen Sie das Ereignis A , dass Information von x nach y fließen kann, in Abhängigkeit von den Ereignissen A_i dar!

1. 5.

In einer Abteilung arbeiten 3 gleichartige Maschinen. Jede dieser Maschinen kann während einer Schicht ausfallen.

Es werden folgende Ereignisse Betrachtet:

- A : genau eine der 3 Maschinen fällt aus,
- B : mindestens eine Maschine der drei Maschinen fällt aus,
- C : nicht weniger als zwei Maschinen fallen aus,
- D : genau zwei Maschine fallen aus,
- E : alle drei Maschinen fallen aus,
- E_i : die i -te Maschine fällt aus ($i = 1, 2, 3$).

Stellen Sie die Ereignisse A bis E als Verknüpfung zwischen den Ereignissen E_i bzw. $\overline{E_i}$ dar!

1. 6.

Ein Versuch bestehe im einmaligen Werfen eines Würfels. Es werden folgende zufällige Versuchsausgänge betrachtet:

- A : "eine "6" wird gewürfelt"
- B : "eine ungerade Zahl wird gewürfelt"
- C : "mindestens eine "4" wird gewürfelt"
- D : "höchstens eine "3" wird gewürfelt"
- E : "eine "2" oder eine "4" wird gewürfelt."

- a) Welches Ereignis ist zum Ereignis C komplementär?
- b) Welche Ereignisse sind mit dem Ereignis B unverträglich?
- c) Welches Ereignis bildet mit den Ereignissen B und E ein vollständiges System?

1.7.

In einem Kraftwerk wird die Havarie einer Anlage von drei unabhängig voneinander arbeitenden Kontrollsignalen angezeigt. Diese unterliegen einer gewissen Störanfälligkeitszeit. Es sollen Aussagen über die Sicherheit des Signalsystems in einer bestimmten Zeit t gemacht werden.

Sei S_i , $i = 1, 2, 3$, das Ereignis, dass das i -te Signal funktioniert.

Beschreiben Sie folgende Ereignisse mit Hilfe von S_i , $i = 1, 2, 3$.

- A: "Alle 3 Signale funktionieren."
- B: "Kein Signal funktioniert."
- C: "Mindestens ein Signal funktioniert."
- D: "Genau ein Signal funktioniert."