

## Kapitel III

### Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten

#### (Lösungen)

##### 3. 1.

Sei

$V$ : "Ein Produkt ist verkäuflich."

$$\begin{aligned} P(V) &= 1 - P(\bar{V}) = 1 - P(E_1 \cup E_2) \\ &= 1 - (P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)) \\ &= 1 - (0.1 + 0.15 - 0.05) = 0.8 \end{aligned}$$

##### 3. 2.

Sei

$S$ : "Ein Kunde tankt Super."

$K$ : "Ein Kunde bezahlt mit der Kreditkarte."

$$P(K/S) = \frac{P(K \cap S)}{P(S)} = \frac{0.1}{0.25} = 0.4$$

##### 3. 3.

$A$  und  $B$  sind unabhängig  $\Rightarrow P(A \cap B) = 0 \neq P(A) \cdot P(B) \Rightarrow A$  und  $B$  sind abhängig.

##### 3. 4.

Sei

$E_i, i = 1, 2, 3, 4$ : " $i$ -te Operation ist fehlerhaft."

$$P(E_1) = 0.02, \quad P(E_2) = 0.01, \quad P(E_3) = 0.02, \quad P(E_4) = 0.04$$

$$P\left(\bigcap_{i=1}^4 E_i\right) = \prod_{i=1}^4 P(\bar{E}_i) = (1-0.02) \cdot (1-0.01) \cdot (1-0.02) \cdot (1-0.04) = 0.91.$$

##### 3. 5.

Sei

$E_i$ : „Motor  $i$  läuft.“,  $i = 1, 2$ ,

$$P(E_1) = 0.90, \quad P(E_2) = 0.95.$$

1.

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) \cdot P(E_2) = 0.90 \cdot 0.95 = 0.855$$

$$2. \quad P(\bar{E}_1 \cap \bar{E}_2) = P(\bar{E}_1) \cdot P(\bar{E}_2) = (1 - 0.90)(1 - 0.95) = 0.005.$$

3..

$$\begin{aligned} P[(E_1 \cap \bar{E}_2) \cup (\bar{E}_1 \cap E_2)] &= P(E_1 \cap \bar{E}_2) + P(\bar{E}_1 \cap E_2) \\ &= P(E_1) \cdot P(\bar{E}_2) + P(\bar{E}_1) \cdot P(E_2) \\ &= 0.90 \cdot 0.05 + 0.95 \cdot 0.10 = 0.14. \end{aligned}$$

4.

$$P(E_1 \cup E_2) = 1 - (1 - P(E_1)) \cdot (1 - P(E_2)) = 1 - (1 - 0.90) \cdot (1 - 0.95) = 0.995$$

### 3. 6.

Sei

A: "Ein Paar Schuhe ist Ausschuss."

A<sub>1</sub>: „Der linke Schuh ist Ausschuss.“

A<sub>2</sub>: „Der rechte Schuh ist Ausschuss.“

$$P(A) = P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1) \cdot P(A_2)$$

$$P(A_1) = P(A_2) = 1 - 0.99 \cdot 0.96 \cdot 0.95 = 0.09712$$

$$P(A) = 0.1848.$$

### 3. 7.

Sei

$$P(B) = 0.2 \cdot 0.4 + 0.3 \cdot 0.1 + 0.1 \cdot 0.5 = 0.16$$

$$P(A_1 / B) = \frac{0.2 \cdot 0.4}{0.16} = 0.5000,$$

$$P(A_2 / B) = \frac{0.3 \cdot 0.1}{0.16} = 0.1875$$

$$P(A_3 / B) = \frac{0.1 \cdot 0.5}{0.16} = 0.3125$$

Reihenfolge: 1, 3, 2.

### 3. 8.

Sei

A: "Ein Erzeugnis ist qualitatsgerecht."

B<sub>i</sub>: „Ein Erzeugnis wurde auf der Maschine *i* hergestellt.“, *i* = 1, 2, 3, 4;

$$P(B_1) = 0.40, \quad P(B_2) = 0.30, \quad P(B_3) = 0.20, \quad P(B_4) = 0.10,$$

$$P(\bar{A} / B_1) = 0.01, \quad P(\bar{A} / B_2) = 0.02, \quad P(\bar{A} / B_3) = 0.04, \quad P(\bar{A} / B_4) = 0.05$$

1.

$$P(\bar{A}) = 0.40 \cdot 0.01 + 0.30 \cdot 0.02 + 0.20 \cdot 0.04 + 0.10 \cdot 0.05 = 0.023.$$

2.

$$P(B_4 / \bar{A}) = \frac{0.10 \cdot 0.05}{0.023} = \frac{5}{23} \approx 0.217.$$

### 3. 9.

Sei

$B_1$ : „Albert ist der Anstifter.“,

$B_2$ : „August ist der Anstifter.“,

$B_3$ : „Anton ist der Anstifter.“

$A$ : „Die Katze ist das Opfer.“

Dann ist:

$$\begin{aligned} P(B_1) &= 0.5, & P(B_2) &= 0.2, & P(B_3) &= 0.3 \\ P(A/B_1) &= 0.3, & P(A/B_2) &= 0.6, & P(A/B_3) &= 0.1. \end{aligned}$$

$$P(B_2 / A) = \frac{0.6 \cdot 0.2}{0.5 \cdot 0.3 + 0.2 \cdot 0.6 + 0.3 \cdot 0.1} = 0.4$$

### 3. 10.

Sei

$E$ : „Ei von Erna“,  $L$ : „Ei von Lisa“,  $M$ : „Ei von Moni“,  $K$ : „Ei zu klein“.

1.

$$P(L) = 0.3.$$

2.

$$\begin{aligned} P(K) &= P(K/E) \cdot P(E) + P(K/L) \cdot P(L) + P(K/M) \cdot P(M) \\ &= 0.03 \cdot 0.4 + 0.03 \cdot 0.3 + 0.05 \cdot 0.3 = 0.036. \end{aligned}$$

3.)

$$P(L/K) = \frac{P(K/L) \cdot P(L)}{p(K)} = \frac{0.03 \cdot 0.3}{0.036} = 0.25.$$

### 3. 11.

$$N = 15, \quad M = 10 \text{ (vom Werk I)}, \quad N = 3$$

1.

$$m = 3: P_a = \frac{\binom{10}{3} \cdot \binom{15-10}{3-3}}{\binom{15}{3}} = 0.2637$$

2.

$$m = 2: P_a = \frac{\binom{10}{2} \cdot \binom{15-10}{3-2}}{\binom{15}{3}} = 0.4945$$

3.

$$m = 1: P_a = \frac{\binom{10}{1} \cdot \binom{15-10}{3-1}}{\binom{15}{3}} = 0.2197$$

4.

$$m = 0: P_a = \frac{\binom{10}{0} \cdot \binom{15-10}{3-0}}{\binom{15}{3}} = 0.0220$$

### 3. 12.

Es ist

$$n = 8, \quad p = 0.6$$

1.

$$m = 5$$

$$P_a = \binom{8}{5} \cdot 0.6^5 \cdot 0.4^{8-5} = 0.278.$$

2.

$$P_b = \sum_{m=7}^8 \binom{8}{m} \cdot 0.6^m \cdot 0.4^{8-m} = 0.106.$$

(Letzte Aktualisierung: 10.04.2014)