

Kapitel III

Testtheorie

(Lösungen)

3. 1.

Wir haben zunächst:

$$n = 12, \quad \sigma = 3, \quad \alpha = 0.05.$$

Es gilt

$$\bar{x} = \frac{20 + 21 + \dots + 22}{12} = 20.5$$

1.

$$H_0 : \mu \leq 20, \quad H_1 : \mu > 20$$

2.

Da die Standardabweichung der Grundgesamtheit bekannt ist, ist die Stichprobenverteilung normal.

3.

$$z_{krit} = 1.645$$

4.

$$z_{stat} = \frac{20.5 - 20}{\frac{3}{\sqrt{12}}} \approx 0.58.$$

5.

$$z_{stat} = 0.58 < 1.645 = z_{krit}.$$

Die Nullhypothese wird angenommen.

3. 2.

Wir haben:

$$n = 20, \quad \bar{x} = 993.5, \quad \sigma = 15, \quad \alpha = 0.05$$

1.

$$H_0 : \mu \geq 1000, \quad H_1 : \mu < 1000$$

2.

Die Stichprobenverteilung ist normal, da die Standardabweichung der Grundgesamtheit bekannt ist.

3.

$$z_{krit} = -1.645$$

4.

$$z_{stat} = \frac{993.5 - 1000}{\frac{15}{\sqrt{20}}} \approx -1.94.$$

5.

$$z_{stat} \approx -1.94 < -1.645 = z_{krit}.$$

Damit wird die Nullhypothese verworfen, d.h. die Pakete enthalten in Durchschnitt nicht mindestens 1000g Zucker.

3.3

Wir haben:

$$n = 10, \quad \bar{x} = 3.1, \quad \sigma = 0.15, \quad \alpha = 0.05$$

1.

$$H_0 : \mu = 3.2, \quad H_1 : \mu \neq 3.2$$

2.

Da die Standardabweichung der Grundgesamtheit bekannt ist, ist die Stichprobenverteilung normal.

3.

$$z_{krit} = \pm 1.96$$

4.

$$z_{stat} = \frac{3.1 - 3.2}{\frac{0.15}{\sqrt{10}}} = -2.108.$$

5.

$$z_{stat} = -2.108 < -1.96 = z_{krit}.$$

Damit wird die Nullhypothese abgelehnt.

3.4.

$$\bar{x} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} x_i = \frac{29.5}{12} = 2.4583;$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{12} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{12} x_i\right)^2}{12}}{11}} = \sqrt{\frac{122.611 - \frac{(29.5)^2}{12}}{11}} = 2.1339$$

$$n = 12, \quad \bar{x} = 2.4583, \quad s = 2.1339, \quad \alpha = 0.05.$$

1.

$$H_0 : \mu = 0; \quad H_1 : \mu > 0. \quad .$$

2.

Der Mittelwert der Stichprobenmittelwerte ist t – verteilt.

3.

$$t_{krit;11;0.05} = 1.796$$

$$4. \quad t_{stat} = \frac{2.4583 - 0}{\frac{2.1339}{\sqrt{12}}} = 3.990721684 \approx 3.99$$

5.

$$t_{stat} = 3.99 > 1.796 = t_{krit;11;0.05}$$

$$0.01 < 0.05.$$

$\therefore H_0$ wird abgelehnt.

Damit kommt es nach diesem Programm durchschnittlich zu einer Gewichtabnahme.

(Letzte Aktualisierung: 06.02.2015)