

Kapitel VI

Korrelations- und Regressionsanalyse (Aufgaben)

6.1

Der Umsatz eines Unternehmens entwickelte sich in den Jahren 1997 bis 2003 wie folgt

Jahr	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Umsatz in Mill. €	8	13	15	17	18	20	21

1. Beschreiben Sie die Entwicklung in Form einer linearen Trendfunktion.
2. Wie gut ist die von Ihnen ermittelte Funktion.
3. Wie hoch wird der Umsatz voraussichtlich im Jahre 2004 sein?

6.2

Ein Speditionsunternehmen möchte wissen, ob zwischen dem Alter der Lkw und den Reparaturen tatsächlich ein Zusammenhang besteht. Es sind folgende Daten bekannt.

Alter der Lkw in Jahren	2	3	3	4	5	5	6	7	8	9	10
Reparaturkosten in 1000 €	1.8	1.9	2.2	2.2	2.4	2.5	2.7	3.0	3.2	3.3	3.6

- a) Unterstellen Sie einen linearen Zusammenhang, und berechnen Sie die beiden Regressionsgeraden.
- b) Interpretieren Sie beide Geraden.
- c) Berechnen Sie den Grad des Zusammenhangs nach
 - (1) Bravais-Pearson,
 - (2) der vereinfachten Formel für lineare Regression
(Hinweis: Für lineare Regressionsfunktionen kann das geometrische Mittel der Steigungswinkel der beiden Winkel herangezogen werden.).
- d) Berechnen und interpretieren Sie das Bestimmtheitsmaß

6.3

Für 5 nacheinanderfolgende Woche liegen Daten über den Umsatz und die Besucherzahl eines Einkaufszentrums vor:

Wochen	1	2	3	4	5
Umsatz (in Mio €)	35	26	48	59	100
Besucherzahl (in 100000)	34	37	45	48	51

Es wird eine lineare Abhängigkeit des Umsatzes von der Besucherzahl vermutet.

- a) Bestimmen Sie die entsprechende Regressionsgerade.
- b) Wie hoch ist voraussichtlich der Umsatz bei einer Besucherzahl von 400000?

6.4

Von einem Unternehmen liegt folgende Gewinn Entwicklung vor:

Monat	7	8	9	10	11
Umsatz (1000 €)	50	60	60	70	100
Gewinn (1000 €)	-10	-10	-5	-1	-0.5

- Bestimmen Sie die Regressionsfunktion für den Gewinn in Abhängigkeit vom Umsatz.
- Bei welchem Umsatz kann man die Verlustzone verlassen?
- Prüfen Sie, ob die lineare Approximation gut ist und vergleichen Sie die unter b) erhaltenen Schätzwerte mit den vorliegenden Daten. Was fällt auf?

6.5

Stellen Sie die Bestimmungsgleichungen für folgende Funktionen auf:

- $y^* = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$
- $\log y^* = a_0 + a_1 \log x$
- $y^* = a_0 + a_1 \cdot \frac{1}{x^2}$
- $y^* = a_0 + a_1 \cdot x^2$
- $y^* = \frac{1}{a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2}$

6.6

Stellen Sie die Bestimmungsgleichungen für folgende Funktionen auf:

- $y^* = \frac{1}{a + bx}$
- $y^* = ae^{bx}$

6.7

In einem Betrieb wurde folgende Abhängigkeit zwischen den Stückkosten und der Produktionsmenge festgestellt:

Produktionsmenge (ME)	Kosten (GE)
2	2.88
3	2.22
5	2.13
8	2.06
9	2.02
10	2.03

Stellen Sie die Regressionsfunktion in der Form

$$y^* = a_0 + a_1 \frac{1}{x}$$

dar.

6. 8

Das Angebot eines Haushaltsgeräts in einer Region in Abhängigkeit vom Preis ist der nachfolgenden Tabelle zu entnehmen:

Preis (in 1000 GE)	Nachfrage (in 1000 ME)
0.5	11.40
1.0	13.80
1.5	15.72
2.0	17.16
2.5	18.20
3.0	18.85
3.5	19.28
4.0	19.50

Stellen Sie die Regressionsfunktion in der Form

$$y^* = \frac{a}{1 + e^{b-cx}}$$

dar.

Die Sättigungsgrenze liegt bei 20000 €. Was kann über die Güte der Approximation gesagt werden?

6. 9.

Die nachfolgende Tabelle zeigt die Abhängigkeit des Outputs x eines bestimmten Produktes vom Input r .

Output	1.54	1.64	1.70	1.80	1.86	1.90	1.98
Input	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0

1. Bestimmen Sie die Regressionsfunktion in der Form:

$$x(r) = a_0 \cdot r^{a_1}$$

2. Wie hoch wird der Output voraussichtlich für einen Input von 8.3 sein?

6. 10.

Ein Unternehmer hat folgende Preise und Absatzmengen beobachtet:

Preis [€]	20	18	15	12	10
Absatzmenge [ME]	220	260	350	480	600

1. Stellen Sie die Absatzmenge als Funktion des Preises in der Gestalt

$$y^* = a_0 \cdot a_1^x$$

dar.

2. Wie hoch wird die Absatzmenge bei einem Preis von 9 € voraussichtlich sein?

6. 11.

Die Einwohnerzahl [in Tausend] einer Kleinstadt entwickelte sich in fünf aufeinander folgenden Jahren wie folgt:

Jahr	2001	2002	2003	2004	2005
Einwohnerzahl	8.0	8.2	9.0	9.6	10.2

1. Berechnen Sie die durchschnittliche Wachstumsrate der Einwohnerzahl.
2. Stellen Sie den obigen Wachstumsprozess als eine lineare Trendfunktion dar.

6. 12.

Ein Filialunternehmen will die Abhängigkeit des Jahresumsatzes von Ladenverkaufsfläche untersuchen. In einem bestimmten Jahr liefern die 8 Filialen des Unternehmens folgende Daten:

Filialennummer	1	2	3	4	5	6	7	8
Verkaufsfläche [Tsd. qm]	0.31	0.98	1.21	1.29	1.12	1.49	0.78	0.94
Jahresumsatz [Mill. €]	2.93	5.27	6.85	7.01	7.02	8.35	4.33	5.77

1. Stellen Sie den Jahresumsatz als eine lineare Funktion von Ladenverkaufsfläche dar.
2. Zeichnen Sie die Funktion.
3. Berechnen und interpretieren Sie den Korrelationskoeffizienten und das Bestimmtheitsmaß.

6. 13.

Ein Gebrauchtwagenhändler bietet 8 Wagen an. Der Verkaufspreis und das Alter dieser Wagen sind der nachfolgenden Tabelle zu entnehmen:

Wagennummer	1	2	3	4	5	6	7	8
Verkaufspreis [1000 €]	4.0	3.0	4.0	1.5	8.0	4.0	7.0	2.0
Alter [Jahr]	3.0	5.0	3.0	6.0	1.0	2.0	1.0	7.0

1. Stellen Sie den Verkaufspreis als eine lineare Funktion vom Alter der Wagen dar.
2. Zeichnen Sie die Funktion.
3. Berechnen und interpretieren Sie den Korrelationskoeffizienten und das Bestimmtheitsmaß.

6. 14.

Der Weltenergieverbrauch in Exajoule [EJ, 10^{18} J] veränderte sich wie folgt:

Jahr	Weltenergieverbrauch [EJ]
1900	15
1920	30
1940	50
1960	130
1972	230

1. Zeichnen Sie das entsprechende Streudiagramm.
2. Stellen Sie die Entwicklung des Energieverbrauchs in folgender funktionalen Form dar:

$$y^* = a_0 \cdot e^{a_1 x}$$

3. Zeichnen Sie die Funktion.

6. 15.

Die Zahl der Kfz pro 1000 Einwohner in den großen chinesischen Städten wird durch folgende Zeitreihe beschrieben:

Jahr	1985	1990	1995	2000	2005
Kfz/1000 Einwohner	18	26	48	61	103

1. Zeichnen Sie das entsprechende Streudiagramm.
2. Stellen Sie die Entwicklung der Zahl der Kfz pro 1000 Einwohner in folgender funktionalen Form dar:

$$y^* = a_0 \cdot e^{a_1 x}$$

3. Zeichnen Sie die Funktion.

(Letzte Aktualisierung: 13.04.2013)