

Kapitel III

Lagemaße

(Lösungen)

3. 1.

Die Beobachtungswerte lauten in der wachsenden Folge sortiert:

460, 495, 498, 510, 511, 520, 528, 530, 535, 580

Hieraus folgt:

$$\tilde{x}_{0.5} = \frac{1}{2} \cdot (511 + 520) = 515.50 \text{ €}.$$

3. 2.

1.

Jahr	Einwohnerzahl am 31.12.	Absoluter Zuwachs	Relativer Zuwachs [%]
1999	20000	-	-
2000	32000	12000	60.0
2001	41600	9600	30.0
2002	44387	2787	6.7
2003	48826	4439	10.0

2.

Das arithmetische Mittel der Zuwachsraten beträgt

$$= \frac{60.0 + 30.0 + 6.7 + 10.0}{4} = 26.675\%$$

Es repräsentiert jedoch nicht die durchschnittliche Wachstumsrate, denn dann hätte die Gemeinde im Jahr 2001 51489 Einwohner:

Jahr	Einwohnerzahl am 31.12.	Absoluter Zuwachs	Relativer Zuwachs [%]
1999	20000	-	-
2000	25335	5335	26.675
2001	32093	6758	26.675
2002	40654	8561	26.675
2003	51489	10844	26.675

3.

Der richtige Mittelwert wäre das geometrische Mittel

$$\bar{x}_g = \sqrt[4]{1.6 \cdot 1.3 \cdot 1.067 \cdot 1.10} = 1.249985888, \text{ d.h. etwa } 25\%$$

Begründung:

Jahr	Einwohnerzahl am 31.12.	Absoluter Zuwachs	Relativer Zuwachs [%]
1999	20000	-	-
2000	25000	5000	25
2001	31250	6250	25
2002	39063	7813	25
2003	48826	9763	25

3. 3.

$$\sum_{j=1}^3 h_j = 0.322, \quad \sum_{j=1}^4 h_j = 0.578.$$

Damit liegt der Median in der Klasse [500, 600[.

$$Me \approx 500 + \frac{0.5 - 0.322}{0.256} \cdot 100 = 569.53 \text{ €}.$$

3. 4.

$$\bar{x}_g = \sqrt[4]{1.20 \cdot 1.40 \cdot 1.10 \cdot 0.70} = 1.066473336.$$

Die durchschnittliche Änderungsrate beträgt damit etwa 6.6%.

3. 5.

1.

$$\bar{x} = \frac{1089}{30} = 36.30 \text{ Jahre}.$$

2.

K_i	H_i	m_i	$m_i \cdot H_i$	$g_i \cdot H_i$	$G_i \cdot H_i$
[16, 20[2	18	36	32	40
[20, 30[9	25	225	180	270
[30, 40[5	35	175	150	200
[40, 50[6	45	270	240	300
[50, 60[5	55	275	250	300
[60, 66[3	63	189	180	198
Summe	30		1170	1032	1308

$$\bar{x} \approx \frac{1170}{30} = 39 \text{ Jahre},$$

$$\frac{1032}{30} = 34.4 \leq \bar{x} \leq 43.6 = \frac{1308}{30}.$$

3.

Bei einem gruppierten Datenmaterial kann das arithmetische Mittel wegen des Informationsverlustes nur näherungsweise angegeben werden.

3. 6.

Arbeitstabelle

K_i	H_i [1000]	h_i	$\sum_{j=1}^i h_j$	m_i	$m_i \cdot H_i / 1000$
[0, 2[8000	0.13	0.13	1	8.00
[2, 4[20000	0.33	0.46	3	60.00
[4, 6[14000	0.23	0.60	5	70.00
[6, 8[10000	0.16	0.85	7	70.00
[8, 10[6000	0.10	0.95	9	54.00
[10, 12[2000	0.03	0.98	11	22.00
[12, 14[1000	0.02	1.00	13	13.00
Summe	61000	1.00			297.00

1.

$$Me \approx 4 + \frac{0.50 - 0.46}{0.23} \cdot 2 = 4.35 \text{ €}.$$

2.

$$M \approx 2 + \frac{0.33 - 0.13}{0.66 - 0.13 - 0.23} \cdot 2 = 3.33 \text{ €}.$$

3.

$$\bar{x} \approx \frac{297}{61} \approx 4.87 \text{ €}.$$

(Letzte Aktualisierung: 13.03.2014)