N.1.1.

1. Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 3.3x_1 + 1.2x_2 &= 1.1 \\ 6.9x_1 + 2.5x_2 &= 2.7. \end{aligned}$$

2. Ändern Sie den Koeffizienten von x_1 in der ersten Gleichung auf 3.31 und lösen Sie die neue Aufgabe.

3. Welche Aussage läßt sich bzgl. der Stabilität der ursprünglichen Aufgabe machen?

4. Illustrieren Sie alle Ergebnisse grafisch.

N.1.2.

1. Leiten Sie eine Rekursionsformel zur Berechnung des Integrals

$$I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+\alpha} dx, \quad \alpha > 0, \qquad n = 0, 1, ...$$

her.

2. Tabellieren Sie die Folge für $n = 0, 1, \ldots, 8$, $\alpha = 0.5$, $\alpha = 5$. Alle Operationen sind 7 Stellen nach dem Komma exakt durchzuführen und auf 5 Stellen zu runden. Interpretieren Sie die Resultate.

N.1.3.

Sei

$$I_n := \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n(x) dx.$$

1. Schreiben Sie I_n als $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x).\sin^{n-1}(x) dx.$

   Zeigen Sie mit Hilfe der Methode der partiellen Integration, daß

$$I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$$

   gilt.

2. Berechnen Sie (mit 5 gültigen Ziffern) $I_2,\ I_4,\ I_6$. Wählen Sie dabei die Startlösung

$$I_0 := \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx = \frac{\pi}{2}.$$

3. Berechnen Sie (mit 5 gültigen Ziffern) $I_3,\ I_5,\ I_7$, ausgehend von der Startlösung

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x)dx = \left[-\cos(x)\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$