Kapitel II
Funktionen reeller Variabler
(Aufgaben)

2. 1.
Geben Sie für a_1 und a_2 solche konkreten Werte an, dass die Funktionen

$$f_1: \quad y = \frac{(x^2 - 2x - 3)(x+2)}{(x+1)(x-3)}, \quad x \in \left]a_1, \ +\infty\right[$$
$$f_2: \quad y = x + 2, \quad x \in \left]a_2, \ +\infty\right[$$

gleich sind.

2. 2.
Bestimmen Sie vier Zahlen a_1, b_1, a_2, b_2 derart, daß durch

$$y = x^2, \quad x \in [a_1, \ b_1]$$
$$y = x^2, \quad x \in [a_2, \ b_2]$$

zwei verschiedene Funktionen f_1 und f_2 gegeben sind, die den gleichen Wertebereich $W(f_1) = W(f_2) = [1, 9]$ besitzen.

2. 3.
Die Funktion

$$y = x^2 - 5x + 6, \qquad x \in [1, \ \ 3]$$

ist graphisch darzustellen; hierzu sind in die Wertetabellen die Werte

$$x_i = 1 + \frac{i}{4}, \qquad i = 0, \ \ 1, \ \ \ldots, \ \ 8,$$

aufzunehmen.

2. 4.
Für die Zuordnungsvorschrift

$$y = \sqrt{4x - 20}$$

ist der mathematische Definitionsbereich zu ermitteln.

2. 5.
Ermitteln Sie zu der Funktion

$$f:\quad y = 2x - 1, \qquad x \in [0,\quad 3],$$

die Umkehrfunktion f^{-1} und stellen sowohl f als auch f^{-1} graphisch dar.

2. 6.
Geben Sie zunächst für den Parameter a einen Wert kleiner als 4 derart an, dass die Funktion

$$f_a:\quad y = x^2 - 2x - 3, \qquad x \in [a,\quad 4]$$

eineindeutig ist.
Danach ermitteln Sie die Umkehrfunktion f^{-1} und stellen beide graphisch dar.

2. 7.
Zeigen Sie, daß $C_1 = -3$ eine untere Schranke der Funktion

$$f:\quad y = x^2 - 2x - 1, \qquad x \in \,]-\infty,\quad +\infty[,$$

ist. Außerdem bestimmen Sie zwei Zahlen $a < b$ derart, daß $[a,\quad b]$ das größte Intervall ist, auf dem f nach oben durch $C_2 = 7$ beschränkt ist.

2. 8.
Zeigen Sie, daß die Funktion $y = 1 - e^{2x}$, $x \in \,]-\infty,\quad +\infty[$, in ihrem gesamten Definitionsbereich streng monoton fallend ist.

2. 9.
Zeigen Sie, daß die Funktion $y = -x^2$, $x \in \,]-\infty,\quad +\infty[$, in ihrem gesamten Definitionsbereich konkav ist.

(Letzte Aktualisierung: 23.02.05)