

Analysis in der Ökonomie (Teil 3) (Lösungen)

1.

1. $y(t) = 10e^{\frac{1}{72}t^{\frac{3}{2}}}$

2. $y(0) \approx 10$; $y(12) \approx 17.8$; $y(24) \approx 51.2, 100 \cdot w(24) \approx 10.21\%$; $y(36) \approx 200.9, 100 \cdot w(36) = 12.5\%$

3. $y(t) = 5.4e^{0.1t}$, damit ist $y(0) \approx 5.4$, $y(36) \approx 197.6$

2.

1. I) $k_1(x) = 5x^a$, II) $k_2(x) = b + (5-b)|x|$

2. $a = b = 1$: k_2 ist günstiger; $a = b = \frac{1}{2}$: k_1 ist günstiger; $a = b = 2$: k_2 ist günstiger

3.

1. Fall 1: $a = 1$ $|s(t)| = ct^b$; Fall 2: $a \neq 1$ $|s(t)| = ce^{\frac{b}{1-a}t^{1-a}}$

2. $s(25) \approx 22.3$; Die Staatsverschuldung verdoppelt sich für $t \approx 19.9$.

4.

1. $|s(t)| = ce^{\frac{a}{\ln b}t}$

2. $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = c \lim_{t \rightarrow \infty} e^{\frac{a}{\ln b}t} = c$

3. $a = \ln 2$; $y(t) = 100 \cdot 2^{-e^{-t}}$

5.

1.
$$z(t) = \begin{cases} z(0) + t & \text{für } c = 1 \\ c^t z(0) + \frac{c^t - 1}{c - 1} & \text{für } c \neq 1 \end{cases}$$

2. $\frac{y(t_0 + 1) - y(t_0)}{y(t_0)} > \frac{z(t_0 + 1) - z(t_0)}{z(t_0)} \Leftrightarrow t_0 > c$

3. $c = 2$, $(y(0), z(0)) = (0, 0) \Rightarrow z(t) = 2^t - 1$

Ferner gilt:

| | | | | | |
|--------|---|---|---|----|----------------------|
| t | 1 | 2 | 3 | 4 | $\rightarrow \infty$ |
| $y(t)$ | 1 | 2 | 5 | 16 | $\rightarrow \infty$ |
| $z(t)$ | 1 | 3 | 7 | 15 | $\rightarrow \infty$ |

6.

$y(t) \approx 41.9e^{-0.1t} + 0.06(\sin \pi t - 10\pi \cos \pi t) + 60$