

Kapitel 6 Lineare Optimierung

Das klassische Transportproblem

Lösungen

6. 1.

Wir suchen eine zulässige Lösung nach VAM:

	V_1	V_2	V_3	V_4	a_i	u_i
P_1	8 3	3 33	3 1	4 7	40	0
P_2	6 +	7 7	5 44	8 1 -	45	4
P_3	1 - 22	8 1	10 -1	2 28 +	50	-2
b_j	22	33	44	36	135	
v_j	3	3	1	4		

$$z_0 = 433$$

	V_1	V_2	V_3	V_4	a_i	u_i
P_1	8 3	3 33	3 2	4 7	40	0
P_2	6 1	7 6	5 44	8 7	45	3
P_3	1 21	8 1	10 0	2 29	50	-2
b_j	22	33	44	36	135	
v_j	3	3	2	4		

$$z_1 = 432$$

$$X^* = \begin{pmatrix} 0 & 33 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 44 & 0 \\ 21 & 0 & 0 & 29 \end{pmatrix}, \quad z^* = 432$$

6. 2.
1.

	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i	
K_1	5 8	4	6	13 2	10	1, 8
K_2	11	4 10	3	7 5	15	1, 3, 4
K_3	7	13	4 7	8 13	20	3, 1
b_j	8	10	7	20	45	
	2	0	1	1		

$$z_0 = 273$$

2.

	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i	u_i
K_1	5 8	4 + 10	6 9	13 - 2	10	13
K_2	11 -1	4 - 10	3 3	7 + 5	15	7
K_3	7 0	13 5	4 7	8 13	20	8
b_j	8	10	7	20	45	
v_j	-8	-3	-4	0		

$$\text{Min}\{2; 10\} = 2$$

	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i	u_i
K_1	5 8	4 2	6 3	13 7	10	0
K_2	11 5	4 8	3 + 3	7 - 7	15	0
K_3	7 6	13 5	4 - 7	8 + 13	20	1
b_j	8	10	7	20	45	
v_j	5	4	3	7		

$$z_1 = 261 = z^*$$

Die Optimallösung

$$X^* = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 7 & 13 \end{pmatrix} = X^{*1}$$

ist nicht eindeutig.

$$\text{Min}\{7\} = 7$$

	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
K_1	5 8	4 2	6	13	10
K_2	11	4 8	3	7 7	15
K_3	7	13	4 7	8 13	20
b_j	8	10	7	20	45

$$X^{*2} = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20 \end{pmatrix}$$

(Diese Optimallösung ist degeneriert.)

$$X^* = \alpha X^{*1} + (1 - \alpha) X^{*2}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

3.

Als Startlösung wählen wir von X^{*2} aus und sperren die Strecken $K_1 \rightarrow B_1$ und $K_1 \rightarrow B_2$:

	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i	u_i
K_1	M 8	M - 2	6	13 +	10	M-5
K_2	11	4 + 8	3	7 -	15	-1
K_3	7	13	4 7	8 13	20	0
b_j	8	10	7	20	45	
v_j	5	5	4	8		

	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i	u_i
K_1	M - 8	M 10	6 9	13 2 +	10	0
K_2	11 M-6	4 10	3 3	7 5	15	-6
K_3	7 + M-5	13 5	4 7	8 13 -	20	-5
b_j	8	10	7	20	45	
v_j	M	10	9	13		

	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i	u_i
K_1	M 12	M 10	6 7	13 3	10	0
K_2	11 6	4 10	3 0	7 5	15	-6
K_3	7 8	13 5	4 1	8 12	20	-5
b_j	8	10	7	20	45	
v_j	12	10	6	13		

$$X_{neu}^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 7 & 3 \\ 0 & 10 & 0 & 5 \\ 8 & 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}, \quad z_{neu}^* = 308.$$

(Letzte Aktualisierung: 13.10.15)