

# Kapitel 10

## Entscheidungstheorie

### Aufgaben

#### 10. 1.

Ein Entscheidungsträger hat zwischen fünf Alternativen  $a_i, i = 1, 2, \dots, 5$ , zu wählen:

|       | $z_1$ | $z_2$ | $z_3$ | $z_4$ | $z_5$ | $z_6$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$ | 2     | 6     | 2     | 6     | 6     | 6     |
| $a_2$ | -24   | 2     | 4     | -10   | -20   | 12    |
| $a_3$ | -20   | 20    | 10    | -10   | -20   | 20    |
| $a_4$ | 0     | 4     | 2     | 6     | 4     | 0     |
| $a_5$ | 18    | 10    | 6     | 4     | -2    | -6    |

1. Welche Art von Entscheidungssituation liegt vor?
2. Eliminieren Sie die ineffizienten Alternativen.
3. Ermitteln Sie aus den verbliebenen Alternativen die optimale Alternative nach der Laplace-Regel.

#### 10. 2.

Bei der Erneuerung eines Maschinenparks ergab sich folgende Entscheidungstabelle:

|       | $z_1$ | $z_2$ | $z_3$ | $z_4$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|
|       | 0.1   | 0.2   | 0.5   | 0.2   |
| $a_1$ | 2     | 5     | 7     | 3     |
| $a_2$ | 6     | 3     | 5     | 4     |
| $a_3$ | 4     | 8     | 4     | 5     |
| $a_4$ | 2     | 4     | 7     | 3     |

Dabei sind:

*Zustände:*

- |         |                         |         |                                |
|---------|-------------------------|---------|--------------------------------|
| $z_1$ : | Rezession               | $a_1$ : | Ersatzinvestition (Variante 1) |
| $z_2$ : | Stagnation              | $a_2$ : | Erweiterungsinvestition        |
| $z_3$ : | Langsames Wachstum      | $a_3$ : | Rationalisierungsinvestition   |
| $z_4$ : | Beschleunigtes Wachstum | $a_4$ : | Ersatzinvestition (Variante 2) |

1. Reduzieren Sie die Entscheidungsmatrix um die nichteffizienten Alternativen.
2. Bestimmen Sie eine „optimale“ Variante nach der  $(\mu - \sigma)$  – Regel mit folgenden Präferenzfunktionen:

a)  $\Phi^{(1)} = \mu - \sigma$

b)  $\Phi^{(2)} = \mu + \sigma$

### 10. 3.

Ein Investor hat drei Produktvarianten  $V_1, V_2$  und  $V_3$  zur Auswahl. Drei Zustände  $Z_1, Z_2$  und  $Z_3$  werden als möglich erachtet.

Bei der Variante  $V_1$  rechnet der Investor mit 15% Wahrscheinlichkeit mit einem Gewinn von 50000 € bei Eintreten von  $Z_1$ , mit 40% Wahrscheinlichkeit mit einem Gewinn von 100000 € bei  $Z_2$  und mit 45% Wahrscheinlichkeit mit einem Gewinn von 120000 € bei  $Z_3$ .

Bei der Variante  $V_2$  rechnet der Investor mit 55% Wahrscheinlichkeit mit einem Gewinn von 30000 € bei Eintreten von  $Z_1$  und  $Z_2$  und mit 45% Wahrscheinlichkeit mit einem Gewinn von 120000 € bei  $Z_3$ .

Bei der Variante  $V_3$  schließt der Investor einen Lizenzvertrag ab, der einen sicheren Gewinn von 100000 € garantiert.

Für welche Variante soll sich der Investor entscheiden nach folgenden Regeln:

1. Bayes
2. Bernoulli mit der *Nutzenfunktion*

$$u(x) = 10x - 50000$$

3.  $(\mu - \sigma)$  – Regel mit der *Präferenzfunktion*

$$\Phi(\mu, \sigma) = 20\mu - 5 \cdot 10^{-5} (\mu^2 + \sigma^2).$$

Bestimmen Sie jeweils die Risikoeinstellung des Investors für die Fälle 1 und 2.

### 10. 4.

Die nachfolgende Tabelle zeigt drei Investitionsalternativen  $a_i, i = 1, 2, 3$ , [in Millionen Euro] bezüglich vier Marktsituationen  $s_j, i = 1, 2, 3, 4$ :

|       | $z_1(0.10)$ | $z_2(0.20)$ | $z_3(0.40)$ | $z_4(0.30)$ |
|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $a_1$ | 6           | 5           | 7           | 3           |
| $a_2$ | 6           | 3           | 5           | 4           |
| $a_3$ | 4           | 5           | 4           | 2           |

Bestimmen Sie eine “optimale” Entscheidung nach folgenden Methoden:

1. Bayes
2. Bernoulli mit der Nutzenfunktion

$$u = \sqrt{x + 200}$$

3.  $(\mu - \sigma)$  mit der Präferenzfunktion:

$$\Phi(\mu, \sigma) = 3\mu - 0.5\sigma$$