

Aufgaben zur Entscheidungstheorie

1.

Ein Entscheidungsträger habe ein Guthaben auf seinem Sparkonto in Höhe von 10000 €. Die Bank biete ihm drei Anlagemöglichkeiten:

1. Erwerb *einer* Beteiligung am Unternehmen U1, Beteiligungsbetrag 10000 €
2. Erwerb *einer* Beteiligung am Unternehmen U2, Beteiligung 5000 €
3. Erwerb *einer* Beteiligung am Unternehmen U3, Beteiligung 3000 €

- 1) Beschreiben Sie den entsprechenden Aktionenraum.
- 2) Wie erweitert sich der Aktionenraum, wenn je Unternehmen *mehr als einer* der oben genannten Beteiligungsbeträge investiert werden?

2.

Eine Betriebsabteilung verfügt über drei Arten von Produktionsfaktoren F1, F2 und F3, die je Planungsperiode nur mit einer bestimmten Kapazität zur Verfügung stehen. Mittels dieser Produktionsfaktoren können in einem verbundenen Produktionsprozeß drei verschiedene Produkte P1, P2 und P3 hergestellt werden. Produktionskoeffizienten und Kapazitäten ergeben sich aus folgender Übersicht:

	P1	P2	P3	Kapazität
F1	2	1	0.5	2000
F2	4	1	2	3200
F3	1	4	1	8000

Beschreiben Sie den entsprechenden Aktionenraum

3.

Ein Unternehmen verfolgt mehrere Ziele gleichzeitig:

- Ziel A: möglichst hoher Umsatz
- Ziel B: möglichst hoher Gewinn
- Ziel C: möglichst hohe Rentabilität

Die drei Ziele wurden von der Unternehmensleitung als komplementär eingestuft. Eine von der Controlling-Abteilung ausgearbeitete Analyse ergab, daß bei steigender Produktions-/Absatzmenge x der erzielbare Preis p , die Kosten K und der notwendige Kapitaleinsatz KE sich wie folgt verändern werden:

x (Tsd Stück)	30	40	50	60
p (€/Stück)	5.5	5	4.5	4
K (Tsd €)	80	90	100	110
KE (Tsd €)	400	440	500	530

1. Ermitteln Sie für die angegebenen Produktions-/Absatzmengen:

A: Umsatz (Tsd €)				
B: Gewinn (Tsd €)				
C: Rentabilität (%)				

2. Überprüfen Sie, in welcher Beziehung die drei Ziele in den angegebenen Mengenbereichen zueinander stehen.

4.

Bestimmen Sie die optimale Alternative für das nachfolgende Entscheidungsproblem nach dem Prinzip der lexikographischen Ordnung. Die angegebene Reihenfolge der Ziele entspricht ihrer Prioritäten:

	z_1	z_2	z_3	z_4
a_1	6.0	20.0	13.0	26.0
a_2	6.0	20.1	4.0	2.0
a_3	4.0	7.0	19.0	46.0

5.

Ein Entscheidungsträger hat zwischen fünf Aktionen $a_i, i = 1, 2, \dots, 5$, zu wählen.

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6
a_1	2	6	2	6	6	6
a_2	-24	2	4	-10	-20	12
a_3	-20	20	10	-10	-20	20
a_4	0	4	2	6	4	0
a_5	18	10	6	4	-2	-6

- Welche Art von Entscheidungssituation liegt vor?
- Eliminieren Sie die ineffizienten Alternativen.
- Ermitteln Sie aus den verbliebenen Alternativen die optimale Alternative nach der Laplace-Regel.

6.

In der folgenden Ergebnistabelle ist die Entscheidungssituation eines Entscheidungsträgers abgebildet:

	b_1	b_2	b_3
a_1	50	60	70
a_2	60	60	60

Die Werte in der Tabelle geben die jeweiligen Gewinnerwartungen an.

- a) Welche Alternative wählt der Entscheidungsträger bei der Anwendung der Laplace-Regel?
 b) Wie beurteilen Sie das Ergebnis unter a)?

7.

In der folgenden Ergebnistabelle ist die Entscheidungssituation eines Entscheidungsträgers abgebildet:

	b_1	b_2	b_3
a_1	110	115	130
a_2	118	118	118

Die Werte in der Tabelle geben die jeweiligen Gewinnerwartungen an.

- a) Welche Alternative wählt der Entscheidungsträger bei der Anwendung der Pessimismus-Optimismus-Regel (mit dem Pessimismusfaktor 0.6)?
 b) Wie beurteilen Sie das Ergebnis unter a)?

8.

In der folgenden Ergebnistabelle ist die Entscheidungssituation eines Entscheidungsträgers abgebildet:

	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	20	30	60	30
a_2	10	100	120	30
a_3	50	110	-30	150

Die Werte in der Tabelle geben die jeweiligen Gewinnerwartungen an.
 Welche Entscheidung ergibt sich nach der *Savage-Niehans*-Regel?

9.

Füllen Sie das nachfolgende Tabelle aus:

	b_1	b_2	b_3	Minimax	Maximax	Hurwicz ($\alpha = 0.7$)	Savage-Niehans	Laplace
a_1	18	30	0					
a_2	5	20	8					
a_3	25	0	10					
Optimale Alternative								

10.

Ein Student ist auf die Idee gekommen, zur Aufbesserung seines doch kärglichen Taschengeldes rote Rosen in Restaurants zu verkaufen. Er rechnet damit, entweder keinen, einen, zwei, drei oder sogar vier Sträuße zum Preis von je 8.00 € pro Abend absetzen zu können; er selbst muß für jeden Strauß 6.00 € bezahlen. Nicht verkaufte Sträuße kann er

weder lagern noch anderweitig absetzen. Wenn er die Nachfrage nur teilweise oder überhaupt nicht befriedigen kann, hat dies – abgesehen vom entgangenen Gewinn – keine nachteiligen Folgen für ihn.

Der Student hat für Geld eine lineare Nutzenfunktion; für die möglichen Absatzmengen hat er keinerlei Wahrscheinlichkeitsvorstellungen.

Nach wievielen Sträußen wird er sich auf den Weg machen, wenn er sich nach den folgenden Entscheidungsregeln richtet?

- (1) Minimax-Regel
- (2) Maximax-Regel
- (3) Hurwicz-Regel mit dem Pessimismusfaktor 0.7
- (4) Laplace-Regel

11.

Gegeben sei folgende Ergebnistabelle:

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
a_1	30	20	30	40	30
a_2	30	60	50	-10	100
a_3	10	20	150	20	20
a_4	-10	50	40	-20	60
a_5	0	10	80	20	90
a_6	40	20	0	-40	40

- a) Sondern Sie die dominierte(n) Alternative(n) nach der Zustandsdominanz aus.
- b) Bestimmen Sie die optimale Handlungsalternative nach der

- Minimax-Regel
- Maximax-Regel
- Hurwicz-Regel (mit dem Optimismusfaktor 0.4)
- Laplace-Regel

12.

Gegeben sei die Entscheidungsmatrix

	b_1 (0.25)	b_2 (0.25)	b_3 (0.5)
a_1	18	30	0
a_2	5	20	8
a_3	25	0	10

Bestimmen Sie die optimale Alternative nach der

1. m -Regel
2. ms -Regel mit der Präferenzfunktion $\Phi(m,s) = m - 0.05s$

13.

Gegeben sei folgende Entscheidungsmatrix

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
a_1	10	20	-10	0	-20
a_2	-10	-10	20	5	10
a_3	3	7	-10	0	-5
a_4	0	0	0		0

Es sei angenommen, daß alle Zustände mit gleicher Wahrscheinlichkeit eintreten.

1. Welcher Wert müßte im Feld $a_4 b_4$ eintreten, damit die entsprechende Standardabweichung 2 beträgt?
2. Wie groß ist dann der Gewinnerwartungswert von a_4 ?
3. Berechnen Sie die Gewinnerwartungswerte von a_1 , a_2 und a_3 .
4. Berechnen Sie die Standardabweichungen von a_1 , a_2 und a_3 .
5. Welche der ersten drei Alternativen würden Sie nach dem Erwartungswertkriterium wählen?
6. Welche der ersten drei Alternativen würde ein risikoneutraler Entscheidungsträger auswählen?

14.

Gegeben sei die Entscheidungsmatrix

z_{ij}	$b_1 (0.5)$	$b_2 (0.25)$	$b_3 (0.25)$
a_1	0	100	100
a_2	36	49	25
a_3	16	64	36

Bestimmen Sie die optimale Handlungsalternative nach

1. der **m**- Regel
2. der **ms**- Regel mit der Präferenzfunktion $\Theta(\mathbf{ms}) = \mathbf{m} - \frac{1}{3}\mathbf{s}$
3. dem *Bernoulli* – Prinzip mit der Risiko-Nutzen-Funktion $U(z) = \sqrt{z}$.

15.

Die Auto AG will ihre Stellung im europäischen Markt sichern und plant ein neues Werk in Spanien. Der Vorstand stellt der örtlichen Firmenleitung zur Auswahl, entweder die Serie Avus, Monaco oder Hockenheim, sich jeweils ausschließende Produktionsreihen, herzustellen.

Als Entscheidungshilfe dient die Folgende Tabelle, in der die erwarteten Ergebnisse der Handlungsalternativen in Abhängigkeit von der gesamtwirtschaftlichen Situation im Mio. € angegeben sind:

	Großes Wirtschaftswachstum	Kleines Wirtschaftswachstum	Stagnation
	$p = 0.2$	$p = 0.5$	$p = 0.3$
Avus	70	20	5
Monaco	40	30	25
Hockenheim	10	30	50

1. Welche Entscheidung wird die Unternehmensleitung treffen, wenn sie als Entscheidungskriterium nur den Erwartungswert verwendet?
2. Welche Risikoeinstellung wird in 1. unterstellt?
3. Unterstellen Sie die Existenz der Risikonutzenfunktion

$$u(x_i) = -0.02x_i^2 + 3x_i,$$

woraus sich für die Werte der Ergebnismatrix folgende Nutzenwerte ergeben:

x_i	5	10	20	25	30	40	50	70
$u(x_i)$	14.5	28	52	62.5	72	88	100	112

Welche Entscheidung wäre bei Verwendung dieser Nutzenfunktion rational?

16.

Ein Unternehmer verfügt über die Bernoulli-Risikonutzenfunktion

$$u(x) = 2x - \frac{x^2}{100000}, \quad 0 \leq x \leq 100000$$

Er erwartet aus zwei mit Risiko behafteten Investitionen folgende Ergebnisse:

Die Investition 1 erbringt nach seiner Einschätzung mit gleicher Wahrscheinlichkeit entweder einen Gewinn von 30000 € oder 50000 €

Die Investition 2 erbringt ebenfalls mit gleicher Wahrscheinlichkeit entweder einen Gewinn von 10000 € oder 80000 €

Für welche Investition wird er sich entscheiden?

17.

Bestimmen Sie für die folgende Alternative

	b_1	b_2	b_3
Wahrscheinlichkeit	0.25	0.5	0.25
Periodengewinn G /in €	60	120	360

1. den Erwartungswert
2. den Erwartungswert des Risikonutzens, wenn für den Entscheidungsträger die folgende Risiko-Nutzen-Funktion gilt:
3. die Risikoeinstellung des Entscheidungsträgers.

$$U(G) = -0.02G^2 + 10G, \quad 0 \leq G \leq 360$$

18.

Ein Aktienpaket wird für 10 Mio. € angeboten. Bei einem kurzfristigen Wiederverkauf werden je nach Börsenentwicklung folgende Nettoerlöse für möglich gehalten:

Börsensituation	b_1	b_2	b_3
Wahrscheinlichkeiten	0.3	0.4	0.3
Nettoerlös (Mio. €)	7	10	13

1. Was gilt für die Höhe des Sicherheitsäquivalents von Käufer und Verkäufer, wenn es zu einem von beiden Seiten als vorteilhaft eingeschätzten Verkaufsabschluß kommen soll?
2. Welche Risikoeinstellung haben Käufer und Verkäufer im Falle des Kaufabschlusses?

19.

Die nachfolgende Tabelle stellt das zu lösende Entscheidungsproblem eines sich am *Bernoulli*-Prinzip orientierenden Entscheidungsträgers in komprimierter Form dar:

	$b_1(0.35)$	$b_2(0.30)$	$b_3(0.20)$	$b_4(0.05)$	$b_5(0.10)$
a_1	17	5	0	10	1
a_2	2	22	0	0	15
a_3	8	11	3	34	4

Die Risikonutzenfunktion des Entscheidungsträgers nimmt folgende Gestalt an:

$$u(z) := \begin{cases} z^2 - 0.8z & \text{für } 0 \leq z \leq 10 \\ 7z + 22 & \text{für } 10 < z \leq 19 \\ 35.56z^{\frac{1}{2}} & \text{für } 19 < z \end{cases}$$

1. Ermitteln Sie die optimale Alternative.
2. Interpretieren Sie die Risikonutzenfunktion des Entscheidungsträgers.

20.

Ein risikoneutraler Entscheidungsträger stehe folgende Entscheidungssituation gegenüber:

	$b_1(0.25)$	$b_2(0.25)$	$b_3(0.25)$	$b_4(0.25)$
a_1	80	50	40	30
a_2	60	70	20	80
a_3	40	30	80	60
a_4	20	10	70	90

Die Elemente der angegebenen Entscheidungsmatrix bezeichnen Gewinne.

1. Welche Alternative wählt der Entscheidungsträger aus, wenn er den Erwartungswert des Gewinns maximiert?
2. Wieviel würde der Entscheidungsträger maximal für eine Information zahlen, die einen Rückschluß auf den Zustand der Welt zuläßt?
3. Der Entscheidungsträger erwäge, Informationen über den wahren Zustand beschaffen. Er rechnet dabei mit den Informationsergebnissen I_1, I_2 und I_3 . Die Elemente in der nachfolgenden Matrix bezeichnen die bedingten Wahrscheinlichkeiten $p(I_i / b_j), i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, 4$:

	b_1	b_2	b_3	b_4
I_1	0.5	0.4	0.1	0.0
I_2	0.5	0.4	0.1	0.0
I_3	0.0	0.2	0.8	1.0

Wie hoch ist der Wert dieser Information?

21

Reduzieren Sie die nachfolgende Spielmatrix durch Dominanzbetrachtungen so weit wie möglich:

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
a_1	3	5	8	6	3
a_2	4	7	3	2	5
a_3	1	6	7	5	3

22.

Untersuchen Sie folgende Spielmatrizen auf die Existenz von Sattelpunkten und geben Sie für die Spiele mit Sattelpunkt die optimalen Strategien sowie den Wert des Spiels an. Welche Spiele sind gerecht?

1.

	b_1	b_2
a_1	3	4
a_2	1	-5

2.

	b_1	b_2	b_3
a_1	2	-4	-3
a_2	0	5	3

3.

	b_1	b_2
a_1	-2	1
a_2	0	3

4.

	b_1	b_2
a_1	0	1
a_2	2	1
a_3	-1	0

5.

	b_1	b_2
a_1	0	0
a_2	0	0

23.

Bestimmen Sie für die folgenden Spiele (mindestens näherungsweise) ihren Wert sowie die jeweils optimalen Strategien:

1.

	b_1	b_2
a_1	3	-1
a_2	2	4

2.

	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	2	-4	0	4
a_2	-3	5	1	-2

3.

	b_1	b_2	b_3
a_1	3	-2	1
a_2	4	0	2
a_3	-3	5	1

4.

	b_1	b_2
a_1	0	2
a_2	3	-1
a_3	1	2
a_4	-3	3