

Einführung in die Aussagenlogik

(Aufgaben)

1.

Bei welchen der folgenden Sätze handelt es sich um Aussagen?

1. $2+1=15$,
2. Warum ist π größer als 1?
3. $\log_a x$,
4. Diese Ware ist verdorben,
5. Der 15. August war ein Donnerstag,
6. Wenn doch die Sonne schiene!
7. Diese Straßenbahn fährt zum Bahnhof.

2.

Sind folgende Sätze Aussagen? Wenn ja, welchen Wahrheitswert haben sie?

1. 13 ist eine Primzahl.
2. 15 ist durch 7 teilbar.
3. Hoffentlich scheint morgen die Sonne!

3.

Geben Sie den Wahrheitswert der folgenden Aussagenverbindungen an:

1. $4=7$ oder $7>4$,
2. $4=7$ und $7>4$,
3. Wenn 12 durch 3 teilbar ist, so ist 12 durch 5 teilbar,
4. Wenn 20 eine Primzahl ist, so ist 20 durch 3 teilbar,
5. Wenn 3 gerade ist, so ist $3>2$,
6. Wenn gilt $10<20$, so ist 10 durch 5 teilbar,
7. Es ist $4<2$ genau dann, wenn $4<1$ ist.

4.

Bestimmen Sie den Wahrheitswert folgender Aussagenverbindungen

1. $p: 3<5$, $q: 6<10$; $p \vee q$
2. $p: 3>4$, $q: 1+1=2$; $p \vee q$
3. $p \vee \neg p$
4. $p \wedge \neg p$
5. $p: \forall n(2n \text{ ist eine gerade Zahl und } n \in \mathbb{N})$,
 $q: \forall n(2n+1 \text{ ist eine ungerade Zahl und } n \in \mathbb{N})$,
 $p \Rightarrow q$
6. $p: 7 \text{ ist eine Primzahl}$,
 $q: 7 \text{ ist durch 4 teilbar}$,
 $p \Rightarrow q$

5.

Sind sie folgenden Aussagen wahr oder falsch?

1. Wenn Paris die Hauptstadt Frankreichs ist, dann war Beethoven ein Profiboxer.
2. Wenn Beethoven ein Profiboxer war, dann ist Paris die Hauptstadt Frankreichs.
3. Ein Quadrat ist ein Viereck, oder hat drei Ecken.
4. Wenn 17 eine gerade Zahl ist, dann ist sie durch 2 teilbar.

6

Bestimmen Sie alle natürlichen Zahlen x , für die folgende Aussageformen zu wahren Aussagen werden:

1. $x < 10$ und x ist teilbar durch 4.
2. Wenn $x = 20$ ist, so ist x gerade.
3. x ist genau dann kleiner als 5, wenn x größer als 2 ist.

7.

Es seien die folgenden Aussagen p_1, p_2, p_3, p_4 gegeben:

p_1 : Für alle natürlichen Zahlen x gilt: $x > 1$ oder $x = 1$,

p_2 : Es ist nicht wahr, dass es eine natürliche Zahl n mit $n^2 = 5$ gibt,

p_3 : Es gibt einen Studenten, der Schreibmaschine schreiben kann oder einen Computer besitzt,

p_4 : Jeder Student besitzt Papier und Bleistift.

Schreiben Sie die Aussagen p_1 und p_2 in formalisierter Form, stellen Sie fest, welchen Wahrheitswert die Aussagen haben und schreiben Sie jeweils die Negation auf.

8.

Es sei x eine reelle Zahl. Es soll die Gültigkeit der Ungleichung $e^x \geq 2$ untersucht werden. Geben Sie an, ob die folgenden Bedingungen hinreichend, notwendig oder hinreichend und notwendig für die Lösbarkeit sind.

1. $x \geq 0$,
2. $x > 4$,
3. $x \geq \ln 2$,
4. x ist eine ganze Zahl.

9.

Für welche Wahrheitswerte von p und q sind die folgenden Verknüpfungen wahr?

1. $(p \vee q) \wedge \neg p$,
2. $(p \wedge q) \vee \neg p$,
3. $(\neg p \vee \neg q) \wedge p$.

10.

Weisen Sie die Gleichheit der folgenden logischen Ausdrücke r und s nach:

- | | |
|---|---|
| 1. $r = p \Leftrightarrow q,$ | $s = (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p),$ |
| 2. $r = a \wedge (a \vee b),$ | $s = a,$ |
| 3. $r = (a \vee \neg b) \wedge (a \vee b),$ | $s = a,$ |
| 4. $r = (a \wedge c) \vee (b \wedge \neg c) \vee (a \wedge b),$ | $s = (a \wedge c) \vee (b \wedge \neg c).$ |

11.

Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagenverknüpfungen stets wahr sind:

- $[(p \vee q) \wedge \neg q] \Rightarrow p,$
- $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \vee \neg p).$

12.

Weisen Sie anhand der entsprechenden Wahrheitstabellen nach, dass die folgenden Aussageverbindungen Tautologien sind:

- $\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \neg q),$
- $(p \wedge q) \vee q \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge q.$

13.

Gegeben seien folgende Aussagen:

p : „Die Aktie A hat im letzten Jahr stark an Wert verloren.“

q : „Die Lebensmittelpreise sind im letzten Jahr um 5% gefallen.“

Zeigen Sie, dass folgende Aussagen *inhaltlich* identisch sind:

$$a := \neg(p \wedge q), \quad b := \neg p \vee \neg q.$$

14.

Nach einem „Preiskrieg“, als dessen Verursacher drei Unternehmer U_1, U_2 und U_3 in Frage kommen, gab ein Gutachter folgende drei Aussagen:

- Mindestens einer der Unternehmer verursachte den „Preiskrieg“.
- Falls nicht U_1 und U_2 den „Preiskrieg“ verursachten, dann war es nicht U_3 .
- Ist U_1 ein Verursacher oder U_3 nicht, dann ist U_2 kein Verursacher.

Definiert seien folgende Aussagen:

p_1 : “ U_1 ist ein Verursacher “.

p_2 : “ U_2 ist ein Verursacher “.

p_3 : “ U_3 ist ein Verursacher “.

- a) Beschreiben Sie mithilfe von p_1, p_2 und p_3 die drei Aussagen des Gutachters.
- b) Bilden Sie eine Aussagenverbindung, die die Erfüllung *aller* drei Aussagen des Gutachters zum Ausdruck bringt.
- c) Versuchen Sie mithilfe der ermittelten Aussagenverbindung den Verursacher des „Preiskrieges“ zu finden.

(Letzte Aktualisierung: 29.12.1010)