

# *Einführung in die Aussagenlogik*

## (Lösungen)

**1.**

1, 4, 5, 7.

**2.**

1. ja, wahr.
2. ja, falsch.
3. Nein;

**3.**

1. wahr.
2. falsch.
3. falsch.
4. wahr.
5. wahr.
6. wahr .
7. wahr.

**4.**

1. wahr.
2. wahr
3. wahr.
4. falsch (Kontradiktion).
5. wahr.
6. falsch.

**5.**

1. falsch.
2. wahr.
3. wahr
4. wahr.

**6.**

Die fragliche Menge sei mit  $M$  bezeichnet.

1.  $M = \{4, 8\}$
2.  $M = N$  ;  $N$  : Menge der natürlichen Zahlen.
3.  $M = \{3, 4\}$ .

**7.**

$p_1 : \forall x \in N((x > 1) \vee (x = 1))$  mit dem Wahrheitswert W,

Die Negation lautet:  $\neg p_1 : \exists x \in N((x \leq 1) \wedge (x \neq 1))$  mit dem Wahrheitswert F;

$p_2 : \neg(\exists x \in N(n^2 = 5))$  mit dem Wahrheitswert W,

Die Negation lautet:  $\neg p_1 : (\exists x \in N(n^2 = 5))$  mit dem Wahrheitswert F;

Die Wahrheitswerte von  $p_3, p_4$  können nur konkret bestimmt werden.

$\neg p_3$ : Kein Student kann weder auf der Schreibmaschine schreiben noch besitzt er einen Computer

$\neg p_4$ : Es gibt einen Studenten, der kein Papier oder keinen Bleistift besitzt.

**8.**

1. notwendig:  $e^x \geq 2 \Rightarrow x \geq 0$   
 nicht hinreichend:  $x = 0 \Rightarrow e^x < 2$ ;
2. hinreichend:  $x > 4 \Rightarrow e^x \geq 2$   
 nicht notwendig: es gilt auch  $x = 2 \Rightarrow e^x \geq 2$ ;
3. notwendig und hinreichend:  $e^x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq \ln 2$ ;
4. weder notwendig: aus  $x = -10$  folgt nicht  $e^x \geq 2$
5. noch hinreichend.  $x = 2.5 \Rightarrow e^x \geq 2$ ;

**9.**

1.

$p$	$q$	$p \vee q$	$\neg p$	$(p \vee q) \wedge \neg p$
W	W	W	F	F
W	F	W	F	F
F	W	W	W	W
F	F	F	W	F

Die Verknüpfung ist wahr, wenn  $p$  falsch und  $q$  wahr ist.

2.

$p$	$q$	$p \wedge q$	$\neg p$	$(p \wedge q) \vee \neg p$
W	W	W	F	W
W	F	F	F	F
F	W	F	W	W
F	F	F	W	W

Die Verknüpfung ist nur dann falsch, wenn  $p$  wahr und  $q$  falsch ist.

3.

$p$	$q$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$(\neg p \vee \neg q) \wedge p$
W	W	F	F	F	F
W	F	F	W	W	W
F	W	W	F	W	F
F	F	W	W	W	F

Die Verknüpfung ist nur dann wahr, wenn  $p$  wahr und  $q$  falsch ist.

10.

1.

$p$	$q$	$r$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$s$
W	W	W	W	W	W
W	F	F	F	W	F
F	W	F	W	F	F
F	F	W	W	W	W

2.

$s = a$	$b$	$a \vee b$	$r = a \wedge (a \vee b)$
W	W	W	W
W	F	W	W
F	W	W	F
F	F	F	F

3.

$s = a$	$b$	$\neg b$	$a \vee \neg b$	$a \vee b$	$r$
W	W	F	W	W	W
W	F	W	W	W	W
F	W	F	F	W	F
F	F	W	W	F	F

4.

$a$	$b$	$c$	$a \wedge c$	$\neg c$	$b \wedge \neg c$	$a \wedge b$	$r$	$s$
W	W	W	W	F	F	W	W	W
W	W	F	F	W	W	W	W	W
W	F	W	W	F	F	F	W	W
W	F	F	F	W	F	F	F	F
F	W	W	F	F	F	F	F	F
F	W	F	F	W	W	F	W	W
F	F	W	F	F	F	F	F	F
F	F	F	F	W	F	F	F	F

**11.**

1.

$p$	$q$	$p \vee q$	$\neg q$	$(p \vee q) \wedge \neg q$	$[(p \vee q) \wedge \neg q] \Rightarrow q$
W	W	W	F	F	W
W	F	W	F	W	W
F	W	W	F	F	W
F	F	F	W	F	W

2.

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$\neg p$	$q \vee \neg p$	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \vee \neg p)$
W	W	W	F	W	W
W	F	F	F	F	W
F	W	W	W	W	W
F	F	W	W	W	W

**12.**

1.

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$\neg(p \Rightarrow q)$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$(p \wedge q) \vee q \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge q$
W	W	W	F	F	F	W
W	F	F	W	W	W	W
F	W	W	F	F	F	W
F	F	W	F	W	F	W

2.

$p$	$q$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee q$	$(p \vee q) \wedge q$
W	W	W	W	W	W
W	F	W	F	F	F
F	W	W	F	W	W
F	F	F	F	F	F

**13.**

Die Aussage:

*“Es stimmt nicht, das im letzten Jahr sowohl die Aktie A hat stark an Wert verloren als auch die Lebensmittelpreise sind um 5% gestiegen“*

ist inhaltlich äquivalent mit der Aussage

*„Im letzten Jahr hat entweder nur die Aktie A nicht stark an Wert verloren oder nur die Lebensmittelpreise sind nicht um 5% gestiegen oder weder hat die Aktie A hat an Wert verloren noch sind die Lebensmittelpreise um 5% gestiegen.“*

14.

a)

1. Gutachteraussage:  $p_1 \vee p_2 \vee p_3$

2. Gutachteraussage:  $\neg(p_1 \wedge p_2) \Rightarrow \neg p_3$

3. Gutachteraussage:  $(p_1 \vee \neg p_3) \Rightarrow \neg p_2$

b)

$$p := (p_1 \vee p_2 \vee p_3) \wedge (\neg(p_1 \wedge p_2) \Rightarrow \neg p_3) \wedge ((p_1 \vee \neg p_3) \Rightarrow \neg p_2)$$

c)

$$p_1 \vee p_2 \vee p_3:$$

$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_1 \vee p_2 \vee p_3$
W	W	W	W
W	W	F	W
W	F	W	W
F	W	W	W
W	F	F	W
F	W	F	W
F	F	W	W
F	F	F	F

$$\neg(p_1 \wedge p_2) \Rightarrow \neg p_3$$

$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_1 \wedge p_2$	$\neg(p_1 \wedge p_2)$	$\neg p_3$	$\neg(p_1 \wedge p_2) \Rightarrow \neg p_3$
W	W	W	W	F	F	W
W	W	F	W	F	W	W
W	F	W	F	W	F	F
F	W	W	F	W	F	F
W	F	F	F	W	W	W
F	W	F	F	W	W	W
F	F	W	F	W	F	F
F	F	F	F	W	W	W

$$(p_1 \vee \neg p_3) \Rightarrow \neg p_2$$

$p_1$	$p_2$	$p_3$	$\neg p_3$	$p_1 \vee \neg p_3$	$\neg p_2$	$(p_1 \vee \neg p_3) \Rightarrow \neg p_2$
W	W	W	F	W	F	F
W	W	F	W	W	F	F
W	F	W	F	W	W	W
F	W	W	F	F	F	W

W	F	F	W	W	W	W
F	W	F	W	W	F	F
F	F	W	F	F	W	W
F	F	F	W	F	W	W

c)

$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_1 \vee p_2 \vee p_3$	$\neg(p_1 \wedge p_2) \Rightarrow \neg p_3$	$(p_1 \vee \neg p_3) \Rightarrow \neg p_2$	$p$
W	W	W	W	W	F	F
W	W	F	W	W	F	F
W	F	W	W	F	W	F
F	W	W	W	F	W	F
W	F	F	W	W	W	W
F	W	F	W	W	F	F
F	F	W	W	F	W	F
F	F	F	F	W	W	F

Damit ist  $U_1$  der Verursacher.

*(Letzte Aktualisierung: 29.12.2010)*