

# Kapitel III

## Lineare Gleichungssysteme

### (Aufgaben)

#### 3. 1.

Berechnen Sie den Rang der Matrizen:

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix}, \quad 2. \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -2 \\ 3 & 1 & 4 \\ 5 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

#### 3. 2.

Es ist der Rang des Vektorsystems

$$A = \{a^1, a^2, a^3\}$$

mit

$$a^1 = (2 \ 1 \ 5)^T, \quad a^2 = (4 \ 3 \ 2)^T, \quad a^3 = (6 \ -4 \ 3\lambda)^T$$

in Abhängigkeit von  $\lambda$  zu bestimmen.

#### 3. 3.

Für welchen Wert von  $\lambda$  ergibt sich für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 4 \\ 5 & 16 & -8 & 23 \\ 2 & 7 & -2 & \lambda \end{pmatrix}$$

der minimale Rang?

#### 3. 4.

Invertieren Sie folgende Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**3. 5.**

Gegeben sei das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\-x_1 + 2x_2 + x_3 &= 6 \\2x_1 - x_2 + x_3 &= 3 \\2x_1 + 2x_2 + x_3 &= a.\end{aligned}$$

Für welches  $a$  besitzt das lineare Gleichungssystem eine Lösung?

**3. 6.**

Gegeben sei das nachstehende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 0 \\2x_1 - 3x_2 &= -3 \\x_1 + 3x_2 + ax_3 &= a.\end{aligned}$$

Bestimmen Sie  $a$  so, dass es

1. unendlich viele,
2. genau eine Lösung

gibt.

**3. 7.**

Berechnen Sie die zu der Matrix  $A$  inverse Matrix  $A^{-1}$ :

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{c) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

**3. 8.**

Gegeben ist das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\-2px_1 + px_2 + 9x_3 &= 6 \\2x_1 + 2x_2 + px_3 &= 1\end{aligned} \quad , \quad p : \text{ reell}$$

Diskutieren Sie die Lösbarkeit des Gleichungssystems in Abhängigkeit von  $p$ .

**3.9.**

Diskutieren Sie die Lösbarkeit des nachfolgenden Gleichungssystems und ermitteln Sie die jeweiligen Lösungen:

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4 &= 0 \\2x_1 + x_2 + x_3 - 2 &= 0 \\x_1 + ax_2 + 2x_3 + b &= 0\end{aligned}$$

*(Letzte Aktualisierung: 29.07.06)*