

Operationsforschung

Wählen Sie genau 3 der nachfolgenden 4 Aufgaben:

Problem 1	33 Punkte
------------------	------------------

1.

u_{ij}	$b_1(0.35)$	$b_2(0.30)$	$b_3(0.20)$	$b_4(0.05)$	$b_5(0.10)$	$E(u)$
a_1	141	21	0	92	0.2	60.27
a_2	2.40	166.79	0	0	127	63.58
a_3	57.9	99	6.60	207.35	12.80	62.83

a_2 wird gewählt.

$$u(z) := \begin{cases} z^2 - 0.8z & \text{für } 0 \leq z \leq 10 \\ 7z + 22 & \text{für } 10 < z \leq 19 \\ 35.56z^{\frac{1}{2}} & \text{für } 19 < z \end{cases}$$

$$u'(z) := \begin{cases} 2z - 0.8 & \text{für } 0 \leq z \leq 10 \\ 7 & \text{für } 10 < z \leq 19 \\ 17.78z^{-\frac{1}{2}} & \text{für } 19 < z \end{cases} \quad u''(z) := \begin{cases} 2 & \text{für } 0 \leq z \leq 10 \\ 0 & \text{für } 10 < z \leq 19 \\ -8.89z^{-\frac{3}{2}} & \text{für } 19 < z \end{cases}$$

7

Die Funktion $u(z)$ ist für

$0 \leq u \leq 10$	konvex	\Rightarrow	Risikofreude
$10 < u \leq 19$	sowohl konvex als auch konkav	\Rightarrow	Risikoneutralität
$19 < u$	konkav	\Rightarrow	Risikoscheue

Problem 2**33 Punkte**

i	j	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	\bar{t}_{ij}	σ_{ij}
0	1	3	5	8	5.17	0.83
1	2	12	13	16	13.33	0.67
1	3	8	11	15	11.17	1.17
2	5	13	15	21	15.67	1.33
3	4	6	8	10	8.00	0.67
3	5	7	8	10	8.17	0.50
4	8	6	7	9	7.17	0.50
5	6	13	14	16	14.17	0.50
5	7	3	4	5	4.00	0.33
5	8	10	14	19	14.17	1.50
6	7	7	9	12	9.17	0.83
7	9	4	5	6	5.00	0.33
8	9	15	16	18	16.17	0.50

σ_{T^s}	\bar{T}^f		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	<u>0.00</u>	0		5.16 0.83								
0.83	<u>5.16</u>	1			13.33 0.67	11.17 1.17						
1.50	<u>18.49</u>	2						15.67 1.33				
2.00	16.34	3					8.00 0.67	8.17 0.50				
2.67	24.34	4									7.17 0.50	
2.83	<u>34.17</u>	5							14.17 0.50	4.00 0.33	14.17 1.50	
3.33	48.34	6								9.17 0.83		
4.16	57.51	7										5.00 0.33
4.33	<u>48.34</u>	8										16.17 0.50
4.83	<u>64.51</u>	9										
		\bar{T}^s	<u>0.00</u>	<u>5.17</u>	<u>18.50</u>	26.00	41.17	<u>34.17</u>	50.34	59.50	<u>48.34</u>	<u>64.51</u>
		σ_{T^s}	4.83	4.00	3.33	2.50	1.00	2.00	1.16	0.33	0.50	0

1.

Der kritische Weg: **0 -> 1 -> 2 -> 5 -> 8 -> 9**

2.

Das Projekt wird wahrscheinlich 64.51 Zeiteinheiten dauern.

3.

$$\mu = 64.51, \quad \sigma = 4.83$$

$$\text{i)} \quad P(X < 70) = F(70) = \Phi\left(\frac{70 - 64.51}{4.83}\right) \approx \Phi(1.14) = 0.8729$$

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad P(60 \leq X < 65) &= F(65) - F(60) = \Phi\left(\frac{65 - 64.51}{4.83}\right) - \Phi\left(\frac{60 - 64.51}{4.83}\right) \\ &= \Phi(0.10) - \Phi(-0.93) = \Phi(0.10) - 1 + \Phi(0.93) \\ &= 0.5398 - 1 + 0.8238 = 0.3636 \end{aligned}$$

Problem 3**33 Punkte**

Sei x_i : Produktionsmenge M_i , $i = 1, 2$.

Das Modell:

$$z = 210x_1 + 350x_2 \rightarrow \text{Max!}$$

$$9x_1 + 8x_2 \leq 8600$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 1400$$

$$x_1 + 6x_2 \leq 3600$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2.

Die Normalform:

$$z = 210x_1 + 350x_2 \rightarrow \text{Max!}$$

$$9x_1 + 8x_2 + x_3 = 8600$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 1400$$

$$x_1 + 6x_2 + x_5 = 3600$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 5.$$

Simplextableau

BV	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_0
x_3	9	8	1	0	0	8600
x_4	1	2	0	1	0	1400
x_5	1	6	0	0	1	3600
z	-210	-350	0	0	0	0
x_3	$\frac{23}{3}$	0	1	0	$-\frac{4}{3}$	3800
x_4	$\frac{2}{3}$	0	0	1	$-\frac{1}{3}$	200
x_2	$\frac{1}{6}$	1	0	0	$\frac{1}{6}$	600
z	$-\frac{455}{3}$	0	0	0	$\frac{175}{3}$	210000
x_3	0	0	1	$-\frac{23}{2}$	$\frac{5}{2}$	1500
x_1	1	0	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	300
x_2	0	1	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	550
z	0	0	0	$\frac{455}{2}$	$-\frac{35}{2}$	255500
x_5	0	0	$\frac{2}{5}$	$-\frac{23}{5}$	1	600
x_1	1	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{4}{5}$	0	600
x_2	0	1	$-\frac{1}{10}$	$\frac{9}{10}$	0	400
z	0	0	7	147	0	266000

$$x^* = (600 \quad 400 \quad 0 \quad 0 \quad 600)^T, \quad z^* = 266000 \text{ €}$$

Problem 4**33 Punkte**

Eine zulässige Basislösung nach der Methode VAM lautet:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_f	a_i
K_1	2 6	3 6	2	7	0	12
K_2	9	11	7 8	12	0 4	12
K_3	8	8 1	6	5 11	0	12
b_j	6	7	8	11	4	36

Für diese Lösung hat man $z_0 = 149$.

Die Lösung ist degeneriert, da die Anzahl der besetzten Felder 6 ist kleiner als $m+n-1=3+5-1=7$.

Wir besetzen das Feld $K_2 \rightarrow B_1$ mit einer Null, um die Bestimmung von u_i und v_j zu ermöglichen.

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_f	a_i	u_i
K_1	2 6	3 6	2 0	7 0	0 -7	12	0
K_2	9 0	11 10	7 8	12 7	0 4	12	7
K_3	8 7	8 1	6 5	5 11	0 -2	12	5
b_j	6	7	8	11	4	36	
v_j	2	3	0	0	-7		

Damit ist die Lösung optimal. Sie lautet:

$$X = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 11 & 0 \end{pmatrix}, \quad z^* = 149$$