

## Quantitative Methoden der Logistik

### A. Pflichtaufgaben

**Problem 1**

**14 Punkte**

Sei

$x_i, i = 1, 2$ : Output nach  $T_i$

$$z = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$0.4x_1 + 2.0x_2 \leq 26$$

$$2.0x_1 + 1.0x_2 \leq 40$$

$$2.0x_2 \leq 24$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2.

Normalform:

$$z = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$0.4x_1 + 2.0x_2 + x_3 = 26$$

$$2.0x_1 + 1.0x_2 + x_4 = 40$$

$$2.0x_2 + x_5 = 24$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 5.$$

*Simplextableau*

BV	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_0$
$x_3$	$\frac{2}{5}$	2	1	0	0	26
$x_4$	2	1	0	1	0	40
$x_5$	0	2	0	0	1	24
$z$	-1	-1	0	0	0	0
$x_3$	0	$\frac{9}{5}$	1	$-\frac{1}{5}$	0	18
$x_1$	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	20
$x_5$	0	2	0	0	1	24
$z$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	20
$x_2$	0	1	$\frac{5}{9}$	$-\frac{1}{9}$	0	10
$x_1$	1	0	$-\frac{5}{18}$	$\frac{5}{9}$	0	15
$x_5$	0	0	$-\frac{10}{9}$	$\frac{2}{9}$	1	4
$z$	0	0	$\frac{5}{18}$	$\frac{4}{9}$	0	25

$$x^* = (15 \ 10 \ 0 \ 0 \ 4)^T, \quad z^* = 25 \text{ €}$$

3.  
Vier Einheiten ( $x_5 = 4$ )

4.  
 $\frac{5}{18}$  Einheiten.

1.

	$b_1(0.25)$	$b_2(0.30)$	$b_3(0.15)$	$b_4(0.10)$	$b_5(0.20)$	$\mu_i$
$a_1$	127.00	21.00	12.80	92.00	21.00	53.37
$a_2$	31.20	92.00	2.40	6.60	120.00	60.42
$a_3$	57.60	99.00	43.40	210.38	73.80	86.41

$$a^* = a_3$$

2.

$$u'(z) := \begin{cases} 2z - 0.8 & \text{für } 0 \leq z \leq 10 \\ 7 & \text{für } 10 < z \leq 19, \\ 17.78 \cdot z^{-\frac{1}{2}} & \text{für } 19 < z \end{cases}$$

$$u''(z) := \begin{cases} 2 & \text{für } 0 \leq z \leq 10 & \Rightarrow \text{risikofreudig} \\ 0 & \text{für } 10 < z \leq 19 & \Rightarrow \text{risikoneutral} \\ -\frac{17.78}{2\sqrt{z^3}} & \text{für } 19 < z & \Rightarrow \text{risikoscheu} \end{cases}$$

1.

$T^f$	Ereignis	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<u>0</u>	1		4							
<u>4</u>	2			2						
<u>6</u>	3				4	4			5	
10	4						5			
<u>10</u>	5							9		
15	6								1	
<u>19</u>	7								1	
<u>20</u>	8									3
<u>23</u>	9									
$T^s$		<u>0</u>	<u>4</u>	<u>6</u>	14	<u>10</u>	19	<u>19</u>	<u>20</u>	<u>23</u>

1.

**Kritischer Weg:**

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9$$

2.

23 Zeiteinheiten.

3.

$i$	$j$	$\Delta^G t_{ij} = T_j^s - T_i^f - t_{ij}$	$\Delta^F t_{ij} = T_j^f - T_i^f - t_{ij}$
2	3	0	0
3	8	9	9

- Gesamte Schlupfzeit**  
 Die gesamte Schlupfzeit ist die Zeitspanne zwischen frühestmöglichem und spätest zulässigem Eintreten eines Ereignisses:

$$\Delta^G t_{ij} = T_j^s - T_i^f - t_{ij}$$

- *Freie Schlupfzeit*

Die freie Schlupfzeit gibt den Anteil an der gesamten Schlupfzeit, wenn alle "Nachfolger" zu ihren frühestmöglichen Terminen beginnen:

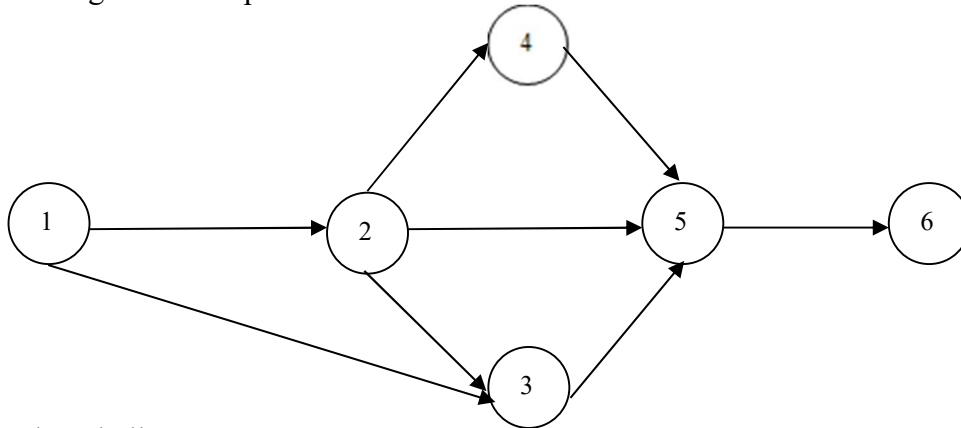
$$\Delta^F t_{ij} = T_j^f - T_i^f - t_{ij}$$

## B. Wahlaufgaben

Es ist **genau** eine der nachfolgenden zwei Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die Aufgabe, die Sie **nicht** gewählt haben, **durch**.

<b>Problem 4</b>	<b>10 Punkte</b>
------------------	------------------

Gegeben sei folgender Netzplan:



und folgende Tabelle:

Aktivität		Schätzung der Dauer		
$i$	$j$	$a_{ij}$	$m_{ij}$	$b_{ij}$
1	2	2	4.0	12
1	3	10	12.0	26
2	3	8	9.0	10
2	4	10	15.0	20
2	5	7	7.5	11
3	5	9	9.0	9
4	5	3	3.5	7
5	6	5	5.0	5

1. Ermitteln Sie den kritischen Weg und die Projektdauer,
2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird das Projekt in weniger als 30 Zeiteinheiten abgeschlossen?

<b>Problem 5</b>	<b>10 Punkte</b>
------------------	------------------

Wir ermitteln eine zulässige Basislösung nach VAM:

	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$a_i$
$P_1$	6	7	3	10	2	36
		<b>20</b>	<b>16</b>			
$P_2$	3	8	6	8	1	33
	<b>20</b>				<b>13</b>	
$P_3$	14	13	8	7	4	31
			<b>4</b>	<b>20</b>	<b>7</b>	
$b_j$	20	20	20	20	20	100

$$z^* = 461$$

	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$a_i$	$u_i$
$P_1$	6 1	7 <b>-16</b>	3 <b>+20</b>	10 2	2 -1	36	-5
$P_2$	3 <b>20</b>	8 + 9	6 5	8 4	1 <b>13</b>	33	-3
$P_3$	14 6	13 12	8 <b>4 -</b>	7 <b>20</b>	4 <b>7 +</b>	31	0
$b_j$	20	20	20	20	20	100	
$v_j$	6	12	8	7	4		

	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$a_i$	$u_i$
$P_1$	6 2	7 <b>16</b>	3 <b>20</b>	10 3	2 0	36	-1
$P_2$	3 <b>20</b>	8 <b>4</b>	6 4	8 4	1 <b>9</b>	33	0
$P_3$	14 6	13 11	8 <b>7</b>	7 <b>20</b>	4 <b>11</b>	31	3
$b_j$	20	20	20	20	20	100	
$v_j$	3	8	4	4	1		

$$X^* = \begin{pmatrix} 0 & 16 & 20 & 0 & 0 \\ 20 & 4 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 20 & 31 \end{pmatrix}, \quad z^* = 457$$