

Quantitative Methoden der Logistik

A. Pflichtaufgaben

Problem 1	14 Punkte
------------------	------------------

Sei x_i : Produktionsmenge M_i , $i = 1, 2$.

Das Modell:

$$z = 210x_1 + 350x_2 \rightarrow \text{Max!}$$

$$9x_1 + 8x_2 \leq 8600$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 1400$$

$$x_1 + 6x_2 \leq 3600$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2.

Die Normalform:

$$z = 210x_1 + 350x_2 \rightarrow \text{Max!}$$

$$9x_1 + 8x_2 + x_3 = 8600$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 1400$$

$$x_1 + 6x_2 + x_5 = 3600$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 5.$$

Simplextableau

BV	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_0
x_3	9	8	1	0	0	8600
x_4	1	2	0	1	0	1400
x_5	1	6	0	0	1	3600
z	-210	-350	0	0	0	0
x_3	$\frac{23}{3}$	0	1	0	$-\frac{4}{3}$	3800
x_4	$\frac{2}{3}$	0	0	1	$-\frac{1}{3}$	200
x_2	$\frac{1}{6}$	1	0	0	$\frac{1}{6}$	600
z	$-\frac{455}{3}$	0	0	0	$\frac{175}{3}$	210000
x_3	0	0	1	$-\frac{23}{2}$	$\frac{5}{2}$	1500
x_1	1	0	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	300
x_2	0	1	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	550
z	0	0	0	$\frac{455}{2}$	$-\frac{35}{2}$	255500
x_5	0	0	$\frac{2}{5}$	$-\frac{23}{5}$	1	600
x_1	1	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{4}{5}$	0	600
x_2	0	1	$-\frac{1}{10}$	$\frac{9}{10}$	0	400
z	0	0	7	147	0	266000

$$x^* = (600 \quad 400 \quad 0 \quad 0 \quad 600)^T, \quad z^* = 266000 \text{ €}$$

Problem 2**13 Punkte**

1.

u_{ij}	$b_1(0.35)$	$b_2(0.30)$	$b_3(0.20)$	$b_4(0.05)$	$b_5(0.10)$	$E(u)$
a_1	141	21	0	92	0.2	60.27
a_2	2.40	166.79	0	0	127	63.58
a_3	57.6	99	6.60	207.35	12.80	62.83

 a_2 wird gewählt.

$$u(z) := \begin{cases} z^2 - 0.8z & \text{für } 0 \leq z \leq 10 \\ 7z + 22 & \text{für } 10 < z \leq 19 \\ 35.56z^{\frac{1}{2}} & \text{für } 19 < z \end{cases}$$

$$u'(z) := \begin{cases} 2z - 0.8 & \text{für } 0 \leq z \leq 10 \\ 7 & \text{für } 10 < z \leq 19 \\ 17.78z^{-\frac{1}{2}} & \text{für } 19 < z \end{cases} \quad u''(z) := \begin{cases} 2 & \text{für } 0 \leq z \leq 10 \\ 0 & \text{für } 10 < z \leq 19 \\ -8.89z^{-\frac{3}{2}} & \text{für } 19 < z \end{cases}$$

2.

Die Funktion $u(z)$ ist für

$0 \leq u \leq 10$	konvex	\Rightarrow Risikofreude
$10 < u \leq 19$	sowohl konvex als auch konkav	\Rightarrow Risikoneutralität
$10 < u$	konkav	\Rightarrow Risikoscheue

1.

T^f	Ereignis	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<u>0</u>	1		4							
<u>4</u>	2			2						
<u>6</u>	3				4	4			5	
10	4						5			
<u>10</u>	5							9		
15	<u>6</u>								1	
<u>19</u>	7								1	
<u>20</u>	8									3
<u>23</u>	9									
T^s		<u>0</u>	<u>4</u>	<u>6</u>	14	<u>10</u>	19	<u>19</u>	<u>20</u>	<u>23</u>

Kritischer Weg:

Kritischer Weg: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9$.

2.

23 Zeiteinheiten.

3.

i	j	$\Delta^G t_{ij} = T_j^s - T_i^f - t_{ij}$	$\Delta^F t_{ij} = T_j^f - T_i^f - t_{ij}$
2	3	0	0
3	8	9	9

- *Gesamte Schlupfzeit*

Die gesamte Schlupfzeit ist die Zeitspanne zwischen frühestmöglichem und spätest zulässigem Eintreten eines Ereignisses:

$$\Delta^G t_{ij} = T_j^s - T_i^f - t_{ij}$$

- *Freie Schlupfzeit*

Die freie Schlupfzeit gibt den Anteil an der gesamten Schlupfzeit, wenn alle "Nachfolger" zu ihren frühestmöglichen Terminen beginnen:

$$\Delta^F t_{ij} = T_j^f - T_i^f - t_{ij}$$

B. Wahlaufgaben

Es ist **genau** eine der nachfolgenden zwei Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die Aufgabe, die Sie **nicht** gewählt haben, **durch**.

Problem 4	10 Punkte
------------------	------------------

1.

i	j	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	\bar{t}_{ij}	$\sigma_{t_{ij}}^2$
1	2	6	7.0	12	7.67	1.00
1	3	20	12.0	26	15.67	1.00
2	3	8	9.0	10	9.00	0.11
2	4	14	15.0	20	15.67	1.00
2	5	7	9.0	11	9.00	0.44
3	5	9	10.0	12	10.17	0.25
4	5	3	4.0	7	4.33	0.44
5	6	5	6.0	10	6.50	0.69

σ_{TF}^2	T^f		1	2	3	4	5	6
0	<u>0.00</u>	1		7.67 1.00	15.67 1.00			
1.00	<u>7.67</u>	2			9.00 0.11	15.67 1.00	9.00 0.44	
1.11	16.67	3					10.17 0.25	
2.00	<u>23.34</u>	4					4.33 0.44	
2.44	<u>27.67</u>	5						6.50 0.70
3.14	<u>34.17</u>	6						
		\bar{T}^s	<u>0.00</u>	<u>7.67</u>	17.50	<u>23.34</u>	<u>27.67</u>	<u>34.17</u>
		σ_{TS}^2	3.14	2.14	0.95	1.14	0.70	0

Kritischer Weg: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$.

Projektdauer: 34.17 Zeiteinheiten.

2.

$$P(X \geq 36.17) = 1 - P(X \leq 36.17) = 1 - F(36.17)$$

$$= \Phi\left(\frac{36.17 - 34.17}{\sqrt{3.14}}\right) = 1 - \Phi(1.12866) = 1 - 0.8868653 = 0.1131347$$

Problem 5	10 Punkte
------------------	------------------

Wir ermitteln eine zulässige Basislösung nach VAM:

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	a_i
P_1	6	7 20	3 16	10	2	36
P_2	3 20	8	6	8	1 13	33
P_3	14	13	8 4	7 20	4 7	31
b_j	20	20	20	20	20	100

$z^* = 461$

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	a_i	u_i
P_1	6	7 16	3 20	10	2	36	-5
P_2	3 20	8 + 9	6 5	8	1 13	33	-3
P_3	14	13	8 4	7 20	4 7	31	0
b_j	20	20	20	20	20	100	
v_j	6	12	8	7	4		

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	a_i	u_i
P_1	6 2	7 16	3 20	10 3	2 0	36	-1
P_2	3 20	8 4	6 4	8 4	1 9	33	0
P_3	14 6	13 11	8 7	7 20	4 11	31	3
b_j	20	20	20	20	20	100	
v_j	3	8	4	4	1		

$$X^* = \begin{pmatrix} 0 & 16 & 20 & 0 & 0 \\ 20 & 4 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 20 & 31 \end{pmatrix}, \quad z^* = 457$$