

## Quantitative Methoden der Logistik

### A. Pflichtaufgaben

<b>Problem 1</b>
------------------

<b>14 Punkte</b>
------------------

Sei  $x_i$  : Produktionsmenge  $M_i$ ,  $i = 1, 2$ .

Das Modell:

$$z = 210x_1 + 350x_2 \rightarrow \text{Max!}$$

$$9x_1 + 8x_2 \leq 8600$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 1400$$

$$x_1 + 6x_2 \leq 3600$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2.

Die Normalform:

$$z = 210x_1 + 350x_2 \rightarrow \text{Max!}$$

$$9x_1 + 8x_2 + x_3 = 8600$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 1400$$

$$x_1 + 6x_2 + x_5 = 3600$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 5.$$

*Simplextableau*

BV	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_0$
$x_3$	9	8	1	0	0	8600
$x_4$	1	2	0	1	0	1400
$x_5$	1	6	0	0	1	3600
$z$	-210	-350	0	0	0	0
$x_3$	$\frac{23}{3}$	0	1	0	$-\frac{4}{3}$	3800
$x_4$	$\frac{2}{3}$	0	0	1	$-\frac{1}{3}$	200
$x_2$	$\frac{1}{6}$	1	0	0	$\frac{1}{6}$	600
$z$	$-\frac{455}{3}$	0	0	0	$\frac{175}{3}$	210000
$x_3$	0	0	1	$-\frac{23}{2}$	$\frac{5}{2}$	1500
$x_1$	1	0	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	300
$x_2$	0	1	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	550
$z$	0	0	0	$\frac{455}{2}$	$-\frac{35}{2}$	255500
$x_5$	0	0	$\frac{2}{5}$	$-\frac{23}{5}$	1	600
$x_1$	1	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{4}{5}$	0	600
$x_2$	0	1	$-\frac{1}{10}$	$\frac{9}{10}$	0	400
$z$	0	0	7	147	0	266000

$$x^* = (600 \quad 400 \quad 0 \quad 0 \quad 600)^T, \quad z^* = 266000 \text{ €}$$

**Problem 2****13 Punkte**

1.

$u_{ij}$	$b_1(0.35)$	$b_2(0.30)$	$b_3(0.20)$	$b_4(0.05)$	$b_5(0.10)$	$E(u)$
$a_1$	141	21	0	92	0.2	60.27
$a_2$	2.40	166.79	0	0	127	63.58
$a_3$	57.6	99	6.60	207.35	12.80	62.83

 $a_2$  wird gewählt.

$$u(z) := \begin{cases} z^2 - 0.8z & \text{für } 0 \leq z \leq 10 \\ 7z + 22 & \text{für } 10 < z \leq 19 \\ 35.56z^{\frac{1}{2}} & \text{für } 19 < z \end{cases}$$

$$u'(z) := \begin{cases} 2z - 0.8 & \text{für } 0 \leq z \leq 10 \\ 7 & \text{für } 10 < z \leq 19 \\ 17.78z^{-\frac{1}{2}} & \text{für } 19 < z \end{cases} \quad u''(z) := \begin{cases} 2 & \text{für } 0 \leq z \leq 10 \\ 0 & \text{für } 10 < z \leq 19 \\ -8.89z^{-\frac{3}{2}} & \text{für } 19 < z \end{cases}$$

2.

Die Funktion  $u(z)$  ist für

$0 \leq u \leq 10$	konvex	$\Rightarrow$ Risikofreude
$10 < u \leq 19$	sowohl konvex als auch konkav	$\Rightarrow$ Risikoneutralität
$10 < u$	konkav	$\Rightarrow$ Risikoscheue

1.

$T^f$	Ereignis	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<u>0</u>	1		4							
<u>4</u>	2			2						
<u>6</u>	3				4	4			5	
10	4						5			
<u>10</u>	5							9		
15	<u>6</u>								1	
<u>19</u>	7								1	
<u>20</u>	8									3
<u>23</u>	9									
$T^s$		<u>0</u>	<u>4</u>	<u>6</u>	14	<u>10</u>	19	<u>19</u>	<u>20</u>	<u>23</u>

**Kritischer Weg:**

Kritischer Weg:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9$ .

2.

23 Zeiteinheiten.

3.

$i$	$j$	$\Delta^G t_{ij} = T_j^s - T_i^f - t_{ij}$	$\Delta^F t_{ij} = T_j^f - T_i^f - t_{ij}$
2	3	0	0
3	8	9	9

- *Gesamte Schlupfzeit*

Die gesamte Schlupfzeit ist die Zeitspanne zwischen frühestmöglichem und spätest zulässigem Eintreten eines Ereignisses:

$$\Delta^G t_{ij} = T_j^s - T_i^f - t_{ij}$$

- *Freie Schlupfzeit*

Die freie Schlupfzeit gibt den Anteil an der gesamten Schlupfzeit, wenn alle "Nachfolger" zu ihren frühestmöglichen Terminen beginnen:

$$\Delta^F t_{ij} = T_j^f - T_i^f - t_{ij}$$

## B. Wahlaufgaben

Es ist **genau** eine der nachfolgenden zwei Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die Aufgabe, die Sie **nicht** gewählt haben, **durch**.

**Problem 4**

**10 Punkte**

1.

$i$	$j$	$a_{ij}$	$m_{ij}$	$b_{ij}$	$\bar{t}_{ij}$	$\sigma_{t_{ij}}^2$
1	2	6	7.0	12	7.67	1.00
1	3	20	12.0	26	15.67	1.00
2	3	8	9.0	10	9.00	0.11
2	4	14	15.0	20	15.67	1.00
2	5	7	9.0	11	9.00	0.44
3	5	9	10.0	12	10.17	0.25
4	5	3	4.0	7	4.33	0.44
5	6	5	6.0	10	6.50	0.69

$\sigma_{TF}^2$	$T^f$		1	2	3	4	5	6
<b>0</b>	<u>0.00</u>	1		7.67 <b>1.00</b>	15.67 <b>1.00</b>			
<b>1.00</b>	<u>7.67</u>	2			9.00 <b>0.11</b>	15.67 <b>1.00</b>	9.00 <b>0.44</b>	
<b>1.11</b>	16.67	3					10.17 <b>0.25</b>	
<b>2.00</b>	<u>23.34</u>	4					4.33 <b>0.44</b>	
<b>2.44</b>	<u>27.67</u>	5						6.50 <b>0.70</b>
<b>3.14</b>	<u>34.17</u>	6						
		$\bar{T}^s$	<u>0.00</u>	<u>7.67</u>	17.50	<u>23.34</u>	<u>27.67</u>	<u>34.17</u>
		$\sigma_{TS}^2$	<b>3.14</b>	<b>2.14</b>	<b>0.95</b>	<b>1.14</b>	<b>0.70</b>	<b>0</b>

Kritischer Weg:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$ .

Projektdauer: 34.17 Zeiteinheiten.

2.

$$P(X \geq 34.17) = 1 - P(X \leq 34.17) = 1 - F(34.17)$$

$$= \Phi\left(\frac{36.17 - 34.17}{\sqrt{3.14}}\right) = 1 - \Phi(1.12866) = 1 - 0.8868653 = 0.1131347$$

<b>Problem 5</b>	<b>10 Punkte</b>
------------------	------------------

Wir ermitteln eine zulässige Basislösung nach VAM:

	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$a_i$
$P_1$	6	7 <b>20</b>	3 <b>16</b>	10	2	36
$P_2$	3 <b>20</b>	8	6	8	1 <b>13</b>	33
$P_3$	14	13	8 <b>4</b>	7 <b>20</b>	4 <b>7</b>	31
$b_j$	20	20	20	20	20	100

$$z^* = 461$$

	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$a_i$	$u_i$
$P_1$	6	7 <b>16</b>	3 <b>20</b>	10	2	36	-5
$P_2$	3 <b>20</b>	8 <b>9</b>	6	8	1 <b>13</b>	33	-3
$P_3$	14	13	8 <b>4</b>	7 <b>20</b>	4 <b>7</b>	31	0
$b_j$	20	20	20	20	20	100	
$v_j$	6	12	8	7	4		

	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$a_i$	$u_i$
$P_1$	6 2	7 <b>16</b>	3 <b>20</b>	10 3	2 0	36	-1
$P_2$	3 <b>20</b>	8 <b>4</b>	6 4	8 4	1 <b>9</b>	33	0
$P_3$	14 6	13 11	8 <b>7</b>	7 <b>20</b>	4 <b>11</b>	31	3
$b_j$	20	20	20	20	20	100	
$v_j$	3	8	4	4	1		

$$X^* = \begin{pmatrix} 0 & 16 & 20 & 0 & 0 \\ 20 & 4 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 20 & 31 \end{pmatrix}, \quad z^* = 457$$