

Quantitative Methoden der Logistik

A. Pflichtaufgaben

Problem 1

14 Punkte

1. Sei

x_i , $i = 1, 2$: Produktmenge P_i

$$z = 6x_1 + 9x_2 \rightarrow \text{Max!}$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 24$$

$$x_1 + 5x_2 \leq 44$$

$$6x_1 + 2x_2 \leq 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Normalform:

$$z = 6x_1 + 9x_2 \rightarrow \text{Max!}$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 = 24$$

$$x_1 + 5x_2 + x_4 = 44$$

$$6x_1 + 2x_2 + x_5 = 60$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, 5$$

Simplextableau

BV	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_0
x_3	2	2	1	0	0	24
x_4	1	5	0	1	0	44
x_5	6	2	0	0	1	60
z	-6	-9	0	0	0	0
x_3	$\frac{8}{5}$	0	1	$-\frac{2}{5}$	0	$\frac{32}{5}$
x_2	$\frac{1}{5}$	1	0	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{44}{5}$
x_5	$\frac{28}{5}$	0	0	$-\frac{2}{5}$	1	$\frac{212}{5}$
z	$-\frac{21}{5}$	0	0	$\frac{9}{5}$	0	$\frac{396}{5}$
x_1	1	0	$\frac{5}{8}$	$-\frac{1}{4}$	0	4
x_2	0	1	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	0	8
x_5	0	0	$-\frac{7}{8}$	1	1	20
z	0	0	$\frac{21}{8}$	$\frac{3}{4}$	0	96

$$x^* = (4 \ 8 \ 0 \ 0 \ 20)^T, \quad z^* = 96$$

2.

Wegen $x_4 = 0$ bleibt nicht von R_2 übrig.

Problem 2 **13 Punkte**

1.

	$b_1(0.10)$	$b_2(0.30)$	$b_3(0.35)$	$b_4(0.25)$	μ_i
a_1	3	6	8	4	5.9
a_2	5	4	7	5	5.4
a_3	6	3	8	6	5.8

$$a^* = a_1$$

2.

	$b_1(0.10)$	$b_2(0.30)$	$b_3(0.35)$	$b_4(0.25)$	μ_i	σ_i	$\Phi(\mu_i, \sigma_i)$
a_1	3	6	8	4	5.9	1.81	16.795
a_2	5	4	7	5	5.4	1.24	15.580
a_3	6	3	8	6	5.8	2.01	16.395

$$a^* = a_1$$

Problem 3	13 Punkte
------------------	------------------

1.

T^f	Ereignis	1	2	3	4	5	6	7	8
<u>0</u>	1		2	4					
<u>2</u>	2				2	3	4		
<u>4</u>	3						3		
<u>4</u>	4							5	
<u>5</u>	5							2	
<u>7</u>	6								5
<u>9</u>	7								6
<u>15</u>	8								
	T^s	<u>0</u>	<u>2</u>	7	<u>4</u>	7	10	<u>9</u>	<u>15</u>

Der kritische Weg:

2.

Die Projektdauer beträgt 15 Zeiteinheiten.

3.

i	j	t_{ij}	$\Delta_{t_{ij}}^G$	$\Delta_{t_{ij}}^F$
2	4	2	0	0
2	6	4	4	0

3.

$$\Delta_{t_{ij}}^G = T_j^s - T_i^f - t_{ij}$$

$$i = 2, \quad j = 4$$

$$\Delta_{t_{24}}^G = T_4^s - T_2^f - t_{24} = 4 - 2 - 2 = 0$$

$$i = 2, \quad j = 6$$

$$\Delta^G_{t_{26}} = T_6^s - T_2^f - t_{26} = 10 - 2 - 4 = 4$$

Die gesamte Schlupfzeit ist die Zeitspanne zwischen frühestmöglichem und spätestzulässigem Eintreten eines Ereignisses.

$$\Delta^F t_{ij} = T_j^f - T_i^f - t_{ij}$$

$$i = 2, \quad j = 4$$

$$\Delta^F t_{24} = T_4^f - T_2^f - t_{24} = 4 - 2 - 2 = 0$$

$$i = 3, \quad j = 6$$

Die freie Schlupfzeit gibt den Anteil an der gesamten Schlupfzeit, wenn alle "Nachfolger" zu ihren frühestmöglichen Terminen beginnen.

B. Wahlaufgaben

Es ist **genau** eine der nachfolgenden zwei Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die Aufgabe, die Sie **nicht** gewählt haben, **durch**.

Problem 4	10 Punkte
------------------	------------------

1.

i	j	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	\bar{t}_{ij}	σ_{ij}^2
1	2	4	8	16	8.67	4.00
1	3	7	10	14	10.17	1.36
2	3	4	5	7	5.17	0.25
2	4	1	3	5	3.00	0.44
3	4	3	5	8	5.17	0.69
3	5	3	4	5	4.00	0.11
4	5	2	5	7	4.83	0.69

$\sigma_{T_i^e}^2$	T_i^e		1	2	3	4	5
0.00	<u>0.00</u>	1		7.33 1.78	10.17 0.69		
1.78	<u>7.33</u>	2			5.67 0.11	2.83 0.25	
1.89	<u>13.00</u>	3				4.67 0.44	5.60 0.11
2.33	<u>17.67</u>	4					4.17 0.69
3.02	21.84	5					
		T_j^l	<u>0.00</u>	<u>7.33</u>	<u>13.00</u>	<u>17.67</u>	21.84
		$\sigma_{T_j^l}^2$	3.02	1.24	1.13	0.69	0.00

Kritischer Weg:

1 → 2 → 3 → 4 → 5

Projektdauer: 21.84 Tage

2.

$$P(X \leq 32) \approx P(X < 32) = F(32) = \Phi\left(\frac{32 - 21.84}{\sqrt{3.02}}\right) = \Phi(5.85) = 1 \text{ (Sicheres Ereignis)}$$

Problem 5

10 Punkte

Wir ermitteln eine zulässige Basislösung nach VAM:

	E1	E2	E3	E4	a_i	d_i
B1	12	10	8 3	11	3	2
B2	12	10 8	14	14 10	18	2
B3	8 6	8	11 2	13 1	9	0
b_j	6	8	5	11	30	
d_j	4	2	3	2		

$$z_0 = 327$$

	E1	E2	E3	E4	a_i	u_i
B1	12	10	8 3	11	3	-3
B2	12	10 8	14	14 10	18	1
B3	8 6	8	11 2	13 1	9	0
b_j	6	8	5	11	30	
v_j	8	9	11	13		

	E1	E2	E3	E4	a_i	u_i
B1	12	10	8	11	3	-3
B2	12	10 -	14	14 +	18	1
B3	8	8 +	11	13 -	9	0
b_j	6	8	5	11	30	
v_j	8	9	11	13		

Diagramm zur VAM-Iteration: Ein roter Pfeil zeigt von der Zelle (B2, E2) mit dem Wert 8 nach rechts zu (B2, E4) mit dem Wert 10. Ein weiterer roter Pfeil zeigt von (B2, E4) nach unten zu (B3, E4) mit dem Wert 1. Ein dritter roter Pfeil zeigt von (B3, E4) nach links zu (B3, E2) mit dem Wert 8. Ein vierter roter Pfeil zeigt von (B3, E2) nach oben zu (B2, E2) mit dem Wert 10. Die Zahlen 5, 6, 9, 12, 10, 9 sind in den entsprechenden Zellen eingetragen.

	E1	E2	E3	E4	a_i	u_i
B1	12 5	10 5	8 3	11 9	3	-3
B2	12 10	10 7	14 13	14 11	18	1
B3	8 6	8 1	11 2	13 12	9	0
b_j	6	8	5	11	30	
v_j	8	9	11	13		

$$X^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 11 \\ 6 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad z_0 = 326$$