

## Quantitative Methoden der Logistik

### A. Pflichtaufgaben

**Problem 1**

**14 Punkte**

1. Sei

$x_i$ ,  $i = 1, 2$ : Produktmenge  $P_i$

$$z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{Max!}$$

$$2x_1 + x_2 \leq 200$$

$$x_1 + x_2 \leq 120$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 240$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2.

Normalform:

$$z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{Max!}$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 200$$

$$x_1 + x_2 + x_4 = 120$$

$$x_1 + 3x_2 + x_5 = 240$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, 5$$

*Simplextableau*

BV	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_0$
$x_3$	2	1	1	0	0	200
$x_4$	1	1	0	1	0	120
$x_5$	1	3	0	0	1	240
$z$	-2	-3	0	0	0	0
$x_3$	$\frac{5}{3}$	0	1	0	$-\frac{1}{3}$	120
$x_4$	$\frac{2}{3}$	0	0	1	$-\frac{1}{3}$	40
$x_2$	$\frac{1}{3}$	1	0	0	$\frac{1}{3}$	80
$z$	-1	0	0	0	1	240
$x_3$	0	0	1	$-\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	20
$x_1$	1	0	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	60
$x_2$	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	60
$z$	0	0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	300

$$x^* = (60 \ 60 \ 20 \ 0 \ 0)^T, \quad z^* = 300$$

$x_3 = 20$  besagt, dass von der ersten Kapazität 20 Einheiten übrigbleiben. Wegen  $x_4 = x_5 = 0$  werden die anderen beiden Kapazitäten ausgeschöpft.

**Problem 2****13 Punkte**

1.

	$b_1(0.10)$	$b_2(0.20)$	$b_3(0.40)$	$b_4(0.30)$	$\mu_i$
$a_1$	6	5	7	5	5.9
$a_2$	7	3	5	4	4.5
$a_3$	4	4	4	3	3.7

$$a^* = a_1$$

2.

	$b_1(0.10)$	$b_2(0.20)$	$b_3(0.40)$	$b_4(0.30)$	$\mu_i$	$\sigma_i$	$\Phi(\mu_i, \sigma_i)$
$a_1$	6	5	7	5	5.9	0.94	17.28
$a_2$	7	3	5	4	4.5	1.12	12.94
$a_3$	4	4	4	3	3.7	0.46	10.87

$$a^* = a_1$$

**Problem 3****13 Punkte**

1.

$T^f$	Ereignis	1	2	3	4	5	6
<u>0</u>	1		3	6	10		
<u>3</u>	2				9		15
6	3					11	12
<u>12</u>	4					10	
<u>22</u>	5						7
<u>29</u>	6						
		<u>0</u>	<u>3</u>	11	<u>12</u>	<u>22</u>	<u>29</u>

Der kritische Weg ist:

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6.$$

2.

Die Projektdauer beträgt 29 Zeiteinheiten.

3.

$$\Delta^G t_{ij} = T_j^s - T_i^f - t_{ij}$$

$$i = 4, \quad j = 5$$

$$\Delta^G t_{45} = T_5^s - T_4^f - t_{45} = 22 - 12 - 10 = 0$$

$$i = 3, \quad j = 6$$

$$\Delta^G t_{36} = T_6^s - T_3^f - t_{36} = 39 - 6 - 12 = 11$$

Die gesamte Schlupfzeit ist die Zeitspanne zwischen frühestmöglichem und spätestzulässigem Eintreten eines Ereignisses.

$$\Delta^F t_{ij} = T_j^f - T_i^f - t_{ij}$$

$$i = 4, \quad j = 5$$

$$\Delta^F t_{45} = T_5^f - T_4^f - t_{45} = 22 - 12 - 10 = 0$$

$$i = 3, \quad j = 6$$

$$\Delta^F t_{36} = T_6^f - T_3^f - t_{36} = 29 - 6 - 12 = 11$$

Die freie Schlupfzeit gibt den Anteil an der gesamten Schlupfzeit, wenn alle "Nachfolger" zu ihren frühestmöglichen Terminen beginnen.

## B. Wahlaufgaben

Es sind **genau** eine der nachfolgenden zwei Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die

<b>Problem 4</b>	<b>10 Punkte</b>
------------------	------------------

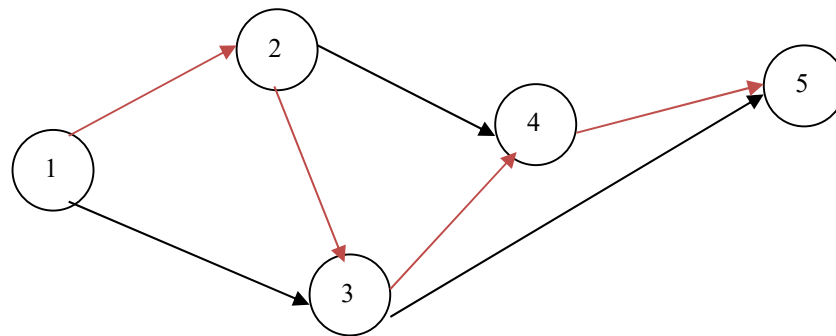
1.

$i$	$j$	$a_{ij}$	$m_{ij}$	$b_{ij}$	$\bar{t}_{ij}$	$\sigma_{t_{ij}}^2$
1	2	5	8	17	9.00	4.00
1	3	7	10	14	10.17	1.36
2	3	4	5	7	5.17	0.25
2	4	1	3	5	3.00	0.44
3	4	4	6	8	6.00	0.44
3	5	3	3	3	3.00	0.00
4	5	3	4	6	4.17	0.25

2.

$\sigma_{T_i^e}^2$	$T_i^e$		1	2	3	4	5
0.00	<u>0.00</u>	1		9.00 4.00	10.17 1.36		
4.00	<u>9.00</u>	2			5.17 0.44	2.25 25	
4.25	<u>14.17</u>	3			6.00 0.44	3.00 0.44	
4.69	<u>20.17</u>	4					4.17 0.25
4.94	<u>24.34</u>	5					
		$T_j^l$	<u>0.00</u>	<u>9.00</u>	<u>14.17</u>	<u>20.17</u>	<u>24.34</u>
		$\sigma_{T_j^l}^2$	4.94	0.94	0.69	0.25	0.00

Kritische Weg:



2. **Completion time:** 24.34 days.

3.  $P(X \leq 28) \approx P(X < 28) = F(28)$

$$= \Phi\left(\frac{28 - 24.32}{\sqrt{4.94}}\right) \approx \Phi(1.66) = 0.9515 \text{ (95.15\%).}$$

<b>Problem 4</b>	<b>10 Punkte</b>
------------------	------------------

Wir ermitteln nach VAM die folgende zulässige Basislösung

	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	Kapazität
$P_1$	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">5</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</span>	8
	<b>6</b>			<b>2</b>	
$P_2$	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">7</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">4</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">6</span>	10
			<b>9</b>	<b>1</b>	
$P_3$	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">4</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">7</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</span>	20
		<b>8</b>		<b>12</b>	
Bedarf	6	8	9	15	38

$z_0 = 88$

	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	Kapazität	$u_i$
$P_1$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{5}$	$\boxed{1}$	8	1
	<b>6</b>	0	-1	<b>2</b>		
$P_2$	$\boxed{7}$	$+\boxed{3}$	$\boxed{4}$	$-\boxed{6}$	10	6
	7	5	<b>9</b>	<b>1</b>		
$P_3$	$\boxed{4}$	$-\boxed{1}$	$\boxed{7}$	$+\boxed{2}$	20	2
	3	<b>8</b>	0	<b>12</b>		
Bedarf	6	8	9	15	38	
$v_j$	1	-1	-2	0		

	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	Kapazität	$u_i$
$P_1$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{5}$	$\boxed{1}$	8	0
	<b>6</b>	2	3	<b>2</b>		
$V_2$	$\boxed{7}$	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$	$\boxed{6}$	10	1
	3	<b>1</b>	<b>9</b>	2		
$V_3$	$\boxed{4}$	$\boxed{1}$	$\boxed{7}$	$\boxed{2}$	20	1
	3	7	4	<b>13</b>		
Bedarf	6	8	9	15	38	
$v_j$	2	2	3	1		

Die optimale Lösung

$$X^* = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 9 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 13 \end{pmatrix}, \quad z^* = 86$$