Dr. sc. Siassi
HTW Berlin
Juli 2018

Klausur
Statistik – Teil 1

A. Pflichtaufgaben

Aufgabe 1 — 15 Punkte

Arbeitstabelle

g_i	G_i	H_i	h_i	$\sum_{j=1}^{i} h_j$	m_i	$m_i \cdot H_i$	$(m_i - \bar{x})^2 \cdot H_i$
18	30	12	0.24	0.24	24.0	288.0	2972.9712
30	43	19	0.38	0.62	36.5	693.5	199.4544
43	56	14	0.28	0.90	49.5	693.0	1333.6064
56	69	5	0.10	1.00	62.5	312.5	2590.0880
		50				1987	7096.12

.

$$\mu \approx \frac{1987}{50} = 39.74 \text{ Jahre}$$

$$\sigma^2 \approx \frac{7096.12}{50} = 141.9224, \qquad \sigma = 11.9131188.$$

Wegen

$$v = \frac{11.931188}{39.74} < 0.30 < 0.5$$

ist das arithmetische Mittel repräsentativ.

Aufgabe 2 — 15 Punkte

1.

$$p^* = a_0 \cdot a_1^{\,q}$$

$$\lg p^* = \lg a_0 \cdot a_1^{\,q} = \lg a_0 + q \lg a_1$$

$$P^* = A_0 + A_1 q$$

mit

$$P^* := \lg p^*, \quad A_0 := \lg a_0, \quad A_1 := \lg a_1$$

$$\begin{cases} nA_0 + A_1 \sum_{i=1}^{n} q_i = \sum_{i=1}^{n} P_i \\ A_0 \sum_{i=1}^{n} q_i + A_1 \sum_{i=1}^{n} q_i^2 = \sum_{i=1}^{n} q_i P_i \end{cases}$$

Arbeitstabelle

p_i	q_i	$P_i := \lg p_i$	q_i^2	$q_i \cdot P_i$
3115.2	1	3.49348593	1	3.49348593
2426.12	2	3.38491228	4	6.76982456
1889.46	3	3.2763377	9	9.82901311
1471.51	4	3.16776322	16	12.6710529
1146.01	5	3.05918841	25	15.295942
892.52	6	2.95061796	36	17.7037077
695.09	7	2.84204104	49	19.8942873
541.34	8	2.73347012	64	21.8677609
	36	24.9078167	204	107.525074

$$\begin{cases} 8A_0 + 36A_1 = 24.9078167 \\ 36A_0 + 206A_1 = 107.525074 \end{cases}$$

$$A_0 = 3.60205935357143 \quad \Rightarrow \quad a_0 = 3999.994126 \approx 4000.00$$

$$A_1 = -0.108573836904762 \quad \Rightarrow \quad a_1 = 0.778800395 \approx 0.7788$$

$$p^* = 4000.00 \cdot 0.7788^q$$

2.

$$p^*(10) = 4000.00 \cdot 0.7788^{10} = 328.3367$$

Aufgabe 3 15 Punkte

Sei X : Gewicht der Zuckertüte (normalverteilt mit $\mu = 1000$ g, $\sigma = 6$ g)

1.

$$P(X < 995) = F(995) = \Phi\left(\frac{995 - 1000}{6}\right) = \Phi(-0.83)$$

$$= 1 - \Phi(0.83) = 1 - 0.7967 = 0.2033$$

2.

$$P(X < x) = F(x) = 0.01$$

$$\Phi\left(\frac{x-1000}{6}\right) = 0.01$$

$$1-\Phi\left(\frac{x-1000}{6}\right) = 1-0.01$$

$$\Phi\left(\frac{-1000+x}{6}\right) = 0.99$$

$$\Phi\left(\frac{-1000+x}{6}\right) = \Phi(2.33)$$

Aus der Monotonie der Verteilungsfunktion folgt nun $\frac{1000-x}{6} = 2.33$ und hieraus $x = 986.02$. Damit hat der Produzent mit Reklamationen zu rechnen, wenn eine Zuckertüte höchsten 986.02 g enthält.

Aufgabe 4 15 Punkte

Es ist

$$n = 20, \quad \bar{x} = 993.5, \quad \sigma = 15, \quad \alpha = 0.05$$

1.

$$H_0 : \mu \geq 1000, \qquad H_1 : \mu < 1000$$

2.
Da die Standardabweichung der Grundgesamtheit bekannt ist, ist die Stichprobenverteilung normal.
3.

$$z_{krit} = -1.645$$

4.

$$z_{stat} = \frac{993.5-1000}{\frac{15}{\sqrt{20}}} \approx -1.938 \ .$$

5.
Wegen

$$-1.938 = z_{stat} < z_{krit} = -1.645$$

wird die Nullhypothese abgelehnt und damit Behauptung des Herstellers verworfen.

B. Wahlaufgaben

Es ist **genau** einer nachfolgenden drei Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die Aufgabe, die Sie **nicht** gewählt haben, **durch**.

Aufgabe 5	**20 Punkte**

1.

Sei

$B_i,\ i=1,2,3$: Anteil der Maschine M_i an der Gesamtproduktion

A: „Das Produkt ist defekt."

Wir haben

$$P(B_1)=\frac{2000}{10000}=0.2,\quad P(B_2)=\frac{3000}{10000}=0.3,\quad P(B_3)=\frac{5000}{10000}=0.5$$

$$P(A/B_1)=0.05,\qquad P(A/B_2)=0.04,\qquad P(A/B_3)=0.02$$

1.

$$P(A)=0.2\cdot 0.05+0.3\cdot 0.04+0.5\cdot 0.02=0.032\,.$$

2.

$$P(A/\bar{B}_2)=1-\frac{0.3\cdot 0.04}{0.032}=1-0.375=0.625$$

Aufgabe 6	**20 Punkte**

1.

$$F(x)=\begin{cases} 0.00 & -\infty < x \le 0 \\ 0.73 & 0 < x \le 1 \\ 0.86 & 1 < x \le 2 \\ 0.94 & 2 < x \le 3 \\ 0.99 & 3 < x \le 4 \\ 1.00 & 4 < x < +\infty \end{cases}$$

2.

i)

$$F(2.5)=0.94=P(X<2.5)$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 94% verkauft der Kiosk höchstens 2 Exemplare der Zeitschrift.

ii)

$$F(3.8) - F(1.8) = 0.99 - 0.86 = 0.13 = P(1.8 \le X < 3.8).$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 13% verkauft der Kiosk 2 oder 3 Exemplare der Zeitschrift.

3.

$$E(X) = 0 \cdot 0.73 + 1 \cdot 0.13 + 2 \cdot 0.08 + 3 \cdot 0.05 + 4 \cdot 0.01 = 0.48.$$

Im Durchschnitt werden täglich 0.48 Exemplare der Zeitschrift verkauft.

Aufgabe 7 — 20 Punkte

1.

$$\int_0^{\frac{2}{9}c} (c - \frac{9}{2}x)dx = 1$$

$$\int_0^{\frac{2}{9}c} (c - \frac{9}{2}x)dx = \left[cx - \frac{9}{4}x^2 \right]_0^{\frac{2}{9}c} = 1$$

$$c \cdot \frac{2}{9}c - \frac{9}{4} \cdot \frac{4}{81}c^2 = 1, \quad \frac{2}{9}c^2 - \frac{1}{9}c^2 = 1, \quad \frac{1}{9}c^2 = 1, \quad c = 3.$$

2.

$$F(x) = \int_0^x (3 - \frac{9}{2}t)dt = \left[3t - \frac{9}{4}t^2 \right]_0^x = 3x - \frac{9}{4}x^2, \quad 0 < x \le \frac{2}{3}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x \le 0 \\ 3x - \frac{9}{4}x^2 & 0 < x \le \frac{2}{3} \\ 1 & \frac{2}{3} < x < +\infty \end{cases}$$

3.

$$F(0.5) = \frac{3}{2} - \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{15}{16} = 0.9375 = P(X < 0.5)$$

Etwa 93.75% aller Fahrer erwerben den Führerschein innerhalb der ersten sechs Monate.

4.

$$E(X) = \int_0^{\frac{2}{3}} (3 - \frac{9}{2}x)xdx = \int_0^{\frac{2}{3}} (3x - \frac{9}{2}x^2)xdx = \left[\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x^3 \right]_0^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{9}$$

Im Mittel werden 2/9-Jahre (2.67 Monate) bis zum Führerscheinerwerb benötigt.