Dr. sc. Siassi
HTW Berlin
Juli 2018

Klausur
Statistik – Teil 1

A. Pflichtaufgaben

Aufgabe 1 — 15 Punkte

Arbeitstabelle

g_i	G_i	H_i	h_i	$\sum_{j=1}^{i} h_j$	m_i
60	100	20	0.03225806	0.03225806	80
100	200	427	0.68870968	0.72096774	150
200	400	123	0.19838710	0.91935484	300
400	700	50	0.08064516	1.00000000	550
		620	1.00000000		

$$F(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x \le 80 \\ 0.03225806 & 80 < x \le 150 \\ 0.72096774 & 150 < x \le 300 \\ 0.91935484 & 300 < x \le 550 \\ 1.00000000 & 550 < x < +\infty \end{cases}$$

1.

$$P(X < 180) = F(180) = 0.7203 = 72.03\%$$

2.

$$P(X \ge 90) + P(X < 389) = P(90 \le X < 389)$$

$$= F(389) - F(90)$$

$$= 0.9194 - 0.0323 = 0.8871 = 88.71\%$$

Aufgabe 2 — 15 Punkte

$$y^* = a_0 e^{a_1 x}$$

$$\ln y^* = \ln a_0 e^{a_1 x}$$

$$\ln y^* = \ln a_0 + \ln e^{a_1 x}$$

$$\ln y^* = \ln a_0 + a_1 x \ln e$$

$$\ln y^* = \ln a_0 + a_1 x$$

$Y^* := \ln y^*, \qquad A_0 = \ln a_0, \qquad A_1 = a_1$

$Y^* = A_0 + A_1 x$

$$\begin{cases} nA_0 \qquad + A_1 \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} Y_i \\ A_0 \sum_{i=1}^{n} x_i + A_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i Y_i \end{cases}$$

Arbeitstabelle

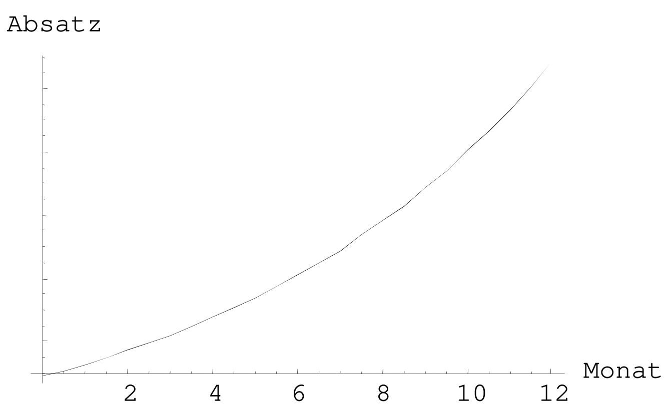
Months	x_i	y_i	x_i^2	Y_i	x_iY_i
January	1	3010	1	8.00969536	8.00969536
February	2	4500	4	8.41183268	16.8236654
April	4	4400	16	8.38935982	33.5574393
June	6	5400	36	8.59415423	51.5649254
July	7	7295	49	8.89494446	62.2646112
August	8	8195	64	9.01127949	72.0902359
January	28		170	51.311266	244.310573

$$\begin{cases} 6A_0 \qquad 28A_1 = 51.311266 \\ 28A_0 + 170A_1 = 244.310573 \end{cases}$$

$A_0 = 7.975504983, \qquad a_0 = 2908.826409 \approx 2908.83$

$A_1 = 0.123508432 = a_1$

$y^* = 2908.826409 e^{0.123508432x}$



2.

Monat	Absatz [€]
März	4213
Mai	5394
September	8840
Oktober	10002
November	11317
Dezember	12805

Aufgabe 3 — 15 Punkte

Sei

X : "The Zeit [Stunden], die sich ein US-Haushalt eine Unterhaltungssendung im Fernsehen ansieht."

X ist normalverteilt mit:

$$\mu = 2, \qquad \sigma = 0.5 .$$

1.

$$P(1.80 \le X < 2.75) = F(2.75) - F(1.80)$$

$$= \Phi\left(\frac{2.75 - 2.00}{0.5}\right) - \Phi\left(\frac{1.80 - 2.00}{0.5}\right) = \Phi(1.5) - \Phi(-0.4)$$

$$= \Phi(1.5) - (1 - \Phi(0.4)) = \Phi(1.5) - 1 + \Phi(0.4)$$

$$= 0.9332 - 1 + 0.6554 = 0.5886.$$

2.

$$P(X \ge 1.4) = 1 - P(X < 1.4) = 1 - F(1.4)$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{1.4 - 2}{0.5}\right) = 1 - \Phi(-1.2)$$

$$= 1 - (1 - \Phi(1.2)) = 0.8849$$

3.

$$P(X < x) = 0.25$$

$$F(x) = 0.25$$

$$\Phi\left(\frac{x-2}{0.5}\right) = 0.25 = \Phi(-0.67)$$

$$\frac{x-2}{0.5} = -0.67$$

$x = 1.67$

Aufgabe 4 — 15 Punkte

Sei

$$n = 20, \quad \bar{x} = 430.00, \quad s^2 = 171.00, \quad \alpha = 0.05$$

S1:

$$H_0 : \mu \geq 450.00, \qquad H_1 : \mu < 450.00$$

S2: Die Stichprobenmittelwerte sind *t-verteilt*.

S3:

$$t_{krit} = -1.729$$

S4:

$$t_{stat} = \frac{430 - 450}{\frac{13.08}{\sqrt{20}}} \approx -6.84\,.$$

S5:

$$t_{stat} = -6.838 < -1.729 = t_{krit}\,.$$

Damit kann die Nullhypothese verworfen werden, d.h. das monatliche Nettoeinkommen von Studierenden ist geringer als 450.00 €

B. Wahlaufgaben

Es ist **genau** eine der nachfolgenden drei Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die Aufgabe, die Sie **nicht** gewählt haben, **durch**.

Aufgabe 5	**20 Punkte**

1.

Sei

A: Ein Teil ist Ausschuss

$B_i,\ i=1,2,3$: Ein Teil wurde auf der Maschine M_i produziert

Wir haben damit

$$P(B_1)=0.30,\qquad P(B_2)=0.50,\qquad P(B_3)=0.20$$

$$P(A/B_1)=0.04,\qquad P(A/B_2)=0.03,\qquad P(A/B_3)=0.01$$

1.

$$P(A)=0.30\cdot 0.04+0.50\cdot 0.03+0.20\cdot 0.01=0.029\ (=2.9\%)>2\%.$$

Ja.

2.

$$P(B_2/A)=\frac{0.50\cdot 0.03}{0.029}\approx 0.5172$$

Aufgabe 6	**20 Punkte**

1.

$$F(x)=\begin{cases}0.00 & -\infty<x\le 0\\ 0.73 & 0<x\le 1\\ 0.86 & 1<x\le 2\\ 0.94 & 2<x\le 3\\ 0.99 & 3<x\le 4\\ 1.00 & 4<x<+\infty\end{cases}$$

2.

i)

$$F(2.5)=0.94=P(X<2.5)$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 94% verkauft der Kiosk höchstens 2 Exemplare der Zeitschrift.

ii)

$$F(3.8) - F(1.8) = 0.99 - 0.86 = 0.13 = P(1.8 \le X < 3.8).$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 13% verkauft der Kiosk 2 oder 3 Exemplare der Zeitschrift.

3.

$$E(X) = 0 \cdot 0.73 + 1 \cdot 0.13 + 2 \cdot 0.08 + 3 \cdot 0.05 + 4 \cdot 0.01 = 0.48.$$

Im Durchschnitt werden täglich 0.48 Exemplare der Zeitschrift verkauft.

Aufgabe 7	**Punkte 20**

1.

$$\int_0^{\frac{2}{9}c} (c - \frac{9}{2}x)dx = 1$$

$$\int_0^{\frac{2}{9}c} (c - \frac{9}{2}x)dx = \left[cx - \frac{9}{4}x^2 \right]_0^{\frac{2}{9}c} = 1$$

$$c \cdot \frac{2}{9}c - \frac{9}{4} \cdot \frac{4}{81}c^2 = 1, \quad \frac{2}{9}c^2 - \frac{1}{9}c^2 = 1, \quad \frac{1}{9}c^2 = 1, \quad c = 3.$$

2.

$$F(x) = \int_0^x (3 - \frac{9}{2}t)dt = \left[3t - \frac{9}{4}t^2 \right]_0^x = 3x - \frac{9}{4}x^2, \quad 0 < x \le \frac{2}{3}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x \le 0 \\ 3x - \frac{9}{4}x^2 & 0 < x \le \frac{2}{3} \\ 1 & \frac{2}{3} < x < +\infty \end{cases}$$

3.

$$F(0.5) = \frac{3}{2} - \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{15}{16} = 0.9375 = P(X < 0.5)$$

Etwa 93.75% aller Fahrer erwerben den Führerschein innerhalb der ersten sechs Monate.

4.

$$E(X) = \int_0^{\frac{2}{3}} (3 - \frac{9}{2}x)xdx = \int_0^{\frac{2}{3}} (3x - \frac{9}{2}x^2)xdx = \left[\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x^3 \right]_0^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{9}$$

Im Mittel werden 2/9-Jahre (2.67 Monate) bis zum Führerscheinerwerb benötigt.