Dr. sc. Siassi
HWR Berlin
Juli 2017

Klausur
Statistik – PuMa

A. Pflichtaufgaben

Aufgabe 1 — 20 Punkte

Arbeitstabelle

g_i	G_i	H_i	m_i	$m_i \cdot H_i$	$g_i \cdot H_i$	$G_i \cdot H_i$	$(m_i - \bar{x})^2 \cdot H_i$
15	25	122563	20.0	2451260	1838445	3064075	46817043.4
25	30	121306	27.5	3335915	3032650	3639180	17597561.3
30	40	203594	35.0	7125790	6107820	8143760	4204532.5
40	50	134383	45.0	6047235	5375320	6719150	3999720.8
50	60	224154	55.0	12328470	11207700	13449240	53544928.0
60	66	24903	63.0	1568889	1494180	1643598	13700765.5
Summen		830903		32857559	29056115	36659003	139864551.0

1.
Das Merkmal heißt: Alter der weiblichen Arbeitslosen in Jahren in Deutschland im Jahre 1992. Es handelt sich praktisch um ein diskretes Merkmal.

2.

$\bar{x} \approx 39.54$ Jahre, $\qquad 34.97 \le \bar{x} \le 44.12$

3.

$$s^2 = \frac{139864551}{830903} \approx 168.33\,, \qquad s \approx 12.97\,.$$

Wegen

$$v = \frac{s}{\bar{x}} \approx 0.33 \le 0.5$$

ist das arithmetische Mittel repräsentativ.

Aufgabe 2 — 20 Punkte

1.

Arbeitstabelle

x_i	K_i	$1/x_i$	x_i^2	$1/x_i^2$	K_i/x_i
100	110.00	0.01000000	10000	0.00010000	1.10000000
200	114.14	0.00500000	40000	0.00002500	0.57070000
300	117.35	0.00333333	90000	1.1111E-05	0.39116667
400	120.45	0.00250000	160000	0.00000625	0.30112500
500	122.36	0.00200000	250000	0.00000400	0.24472000
600	124.12	0.00166667	360000	2.7778E-06	0.20686667
800	128.28	0.00125000	640000	1.5625E-06	0.16035000
1000	131.69	0.00100000	1000000	0.00000100	0.13169000
	968.39	0.02675		0.0001517	3.10661833

$$\begin{cases} 8a_0 + 0.02675a_1 = 968.39 \\ 0.02675a_0 + 0.0001517a_1 = 3.10661833 \end{cases}$$

$$a_0 = 128.080858, \qquad a_1 = -2016.424918$$

$$K^*(x) = 128.080858 - 2016.424918 \cdot \frac{1}{x}$$

2.

$$K^*(1050) \approx 126.16$$

Aufgabe 3 — 20 Punkte

Sei

X : „die Plattdicke.“

X ist normalverteilt mit

$$\mu = 10 \text{ mm}, \quad \sigma = 0.02 \text{ mm}.$$

1.

$$P(X \geq 9.97) = 1 - P(X < 9.97) = 1 - F(9.97)$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{9.97 - 10.00}{0.02}\right) = 1 - \Phi(-1.5) = 1 - (1 - \Phi(1.5))$$

$$= 0.9332.$$

Der Ausschuss beträgt danach:

$$1-0.9332=0.0668\ (=6.68\%).$$

2.

$$P(X\leq 10.05)\approx P(X<10.05)=F(10.05)$$

$$=\Phi\left(\frac{10.05-10}{0.02}\right)=\Phi(2.5)=0.9938\ (=99.38\%)\,.$$

Der Ausschuss beträgt danach:

$$1-0.9938=0.0062\ (=0.0062\%).$$

3.

$$P(|X-10|<0.03)=2\Phi\left(\frac{0.03}{0.02}\right)-1=2\Phi(1.5)-1=2\cdot 0.9332-1=0.8664.$$

Der Ausschuss beträgt danach:

$$1-0.8664=0.1336\ (=13.36\%).$$

B. Wahlaufgaben

Es sind **genau** zwei der nachfolgenden vier Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die Aufgaben, die Sie **nicht** gewählt haben, **durch**.

Aufgabe 4	**20 Punkte**

Lösung:

Sei

A: „Ein Bauelement ist Ausschuss."

B_i: „Ein Bauelement wird vom Zulieferbetrieb Z_i, $i = 1, 2, 3$, geliefert."

Damit ist:

$$P(B_1) = 0.75, \qquad P(B_2) = 0.14, \qquad P(B_3) = 0.11.$$

$$P(A / B_1) = 0.002, \quad P(A / B_2) = 0.019, \quad P(A / B_3) = 0.016.$$

1.

$$P(A) = 0.75 \cdot 0.002 + 0.14 \cdot 0.019 + 0.11 \cdot 0.016 = 0.00592 .$$

2.

$$P(B_1 / A) = \frac{0.75 \cdot 0.002}{0.00592} = 0.2533783784 \approx 0.2534.$$

3.

Anzahl der defekten Bauelemente $= 0.00592 \cdot 4000 \approx 24.$

Aufgabe 5	**20 Punkte**

1.

$$0.4 + 0.4 + 0.1 + a + 0.03 + 0.02 + 0.01 = 1 \quad \Rightarrow \quad a = 0.04$$

2.

$$F(2) = P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0.40 + 0.40 = 0.80$$

80 % der Familien mit Kindern unternehmen pro Jahr höchstens 1 Reise.

3.

$$E(X) = 0 \cdot 0.40 + 1 \cdot 0.40 + 2 \cdot 0.10 + 3 \cdot 0.04 + 4 \cdot 0.03 + 5 \cdot 0.02 + 6 \cdot 0.01 = 1$$

Im Mittel verreisen Familien mit Kindern einmal im Jahr.

Aufgabe 6 **20 Punkte**

Sei

X : Eine Person verträgt das Medikament nicht

X ist binomal verteilz mit $n = 2000, \quad p = 0.001$

1.

$$P(X = 1) = \binom{1000}{1} 0.001^1 \cdot 0.999^{1000-1} = 0.270670521316315$$

2.
Wegen

$$\begin{cases} n \cdot p = 2000 \cdot 0.001 = 2 \leq 10 \\ n = 2000 \geq 1500 \cdot 0.001 = 1.5 \end{cases}$$

ja durch die Poisson-Verteilung mit $\lambda = n \cdot p = 2$

$$P(X = 1) = \frac{2^1}{1!} \cdot e^{-2} = 0.270670566473225$$

Aufgabe 7 **Punkte 20**

Wir haben

$$n = 25, \quad \bar{x} = 10.5, \quad \alpha = 0.01, \quad \sigma = 1$$

S1:

$$H_0 : \mu = 10, \qquad H_1 : \mu \neq 10$$

S2:
Da die Standardabweichung der Grundgesamtheit bekannt ist, ist die Stichprobenverteilung auch normal.

S3:

$$z_{krit} = \pm 2.576$$

S4:

$$z_{stat} = \frac{10.5 - 10}{\frac{1}{\sqrt{25}}} = 2.5$$

S5:

$$z_{stat} = 2.5 < 2.576 = z_{krit}.$$

Damit wird die Behauptung des Herstellers mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% bestätigt.