

Klausur
Anwendung multivariater statistischer Verfahren in der Wirtschaftsforschung

Aufgabe 1	45 Punkte
------------------	------------------

Schritt 1 (Formulierung der Hypothesen)

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3, \quad H_1 : \mu_i \neq \mu_j \text{ für mindestens ein } i \neq j, i, j = 1, 2, 3.$$

Schritt 2 (Berechnung der Teststatistik)

Arbeitstabelle

i	x_{i1}	x_{i2}	x_{i3}	$(x_{i1} - \bar{x}_1)^2$	$(x_{i2} - \bar{x}_2)^2$	$(x_{i3} - \bar{x}_3)^2$
1	6	9	3	29.16	2.56	5.76
2	12	12	2	0.36	1.96	11.56
3	15	5	10	12.96	31.36	21.16
4	14	14	7	6.76	11.56	2.56
5	10	13	5	1.96	5.76	0.16
<i>Summe</i>	57	53	27	51.20	53.2	41.2
\bar{x}_j	11.4	10.6	5.4			
s_j^2	12.8	13.3	10.3			

$$\bar{x} = \frac{11.4 + 10.6 + 5.4}{3} = 9.13333333$$

$$SSTR = 5 \cdot (11.4 - 9.13)^2 + 5 \cdot (10.6 - 9.13)^2 + 5 \cdot (5.4 - 9.13)^2 = 106.133333$$

$$MSTR = \frac{106.133333}{3-1} = 53.0666667$$

$$SSE = (5-1) \cdot 51.20 + (5-1) \cdot 53.2 + (5-1) \cdot 41.2 = 145.6$$

$$MSE = \frac{145.6}{15-3} = 12.1333333$$

$$MSTR = \frac{106.3333333}{3-1} = 53.0666667$$

$$F = \frac{MSTR}{MSE} = \frac{53.0666667}{12.1333333} = 4,37362637$$

$$F_{0.05}(df_1 = 2, df_2 = 12) = 3.89.$$

$$F = 4.37 > 3.89 = F_{0.05}(df_1 = 2, df_2 = 12).$$

Lehne H_0 ab.

Aufgabe 3	55 Punkte
------------------	------------------

Arbeitstabelle 1

y_i	x_{i1}	x_{i2}	x_{i1}^2	x_{i2}^2	$x_{i1} \cdot y_i$	$x_{i2} \cdot y_i$	$x_{i1} \cdot x_{i2}$
96	5.0	1.5	25	2.25	480	144.0	7.50
90	2.0	2.0	4	4.00	180	180.0	4.00
95	4.0	1.5	16	2.25	380	142.5	6.00
92	2.5	2.5	6.25	6.25	230	230.0	6.25
95	3.0	3.3	9	10.89	285	313.5	9.90
94	3.5	2.3	12.25	5.29	329	216.2	8.05
94	2.5	4.2	6.25	17.64	235	394.8	10.50
94	3.0	2.5	9	6.25	282	235.0	7.50
750	25.5	19.8	87.75	54.82	2401	1856	59.70

1.

$$\begin{cases} 8a_0 + 25.5a_1 + 19.8a_2 = 750 \\ 25.5a_0 + 87.75a_1 + 59.70a_2 = 2401 \\ 19.8a_0 + 59.70a_1 + 54.82a_2 = 1856 \end{cases}$$

x_1	x_2	x_3	x_0
8	25.5	19.8	750
25.5	87.75	59.70	2401
19.8	59.70	54.82	1856
1	3.18750	2.47500	93.75000
0	6.50875	-3.41250	10.37500
0	-3.41245	5.81500	-0.25000
1	0	4.15652	88.63768
0	1	-0.52754	1.60386
0	0	4.01478	5.22319
1	0	0	83.23009
0	1	0	2.29018
0	0	1	1.30099

$$a_0 = 83.23009, \quad a_1 = 2.29018, \quad a_2 = 1.30099$$

$$y^* = 83.23009 + 2.29018x_1 + 1.30099x_2$$

2.

$$\bar{y} = \frac{750}{8} = 53.75$$

Arbeitstabelle 2

y_i^*	$(y_i - \bar{y})^2$	$(y_i^* - \bar{y})^2$	$u_i^2 = (y_i - y_i^*)^2$
96.6324885	5.0625	8.30873995	0.40004170
90.412434	14.0625	11.1393468	0.17010180
94.3423055	1.5625	0.35082581	0.43256206
92.2080200	3.0625	2.37770232	0.04327232
94.3939027	1.5625	0.41461069	0.36735394
94.2380052	0.0625	0.23814908	0.05664648
94.4197013	0.0625	0.44849983	0.17614918
93.3531115	0.0625	0.15752048	0.41846473
	25.5000	23.435395	2.06459221

$$r^2 = \frac{23.435395}{25.5} \approx 0.92$$

Der Erlöse der Firma wird zu etwa 92% durch das Modell erklärt.

3.

$$s_u^2 = \frac{2.06459221}{8 - (2+1)} \approx 0.4129, \quad s_u \approx 0.6426$$

$$(X^T X)^{-1} (X^T X) = \begin{pmatrix} a & -1.038914 & -1.035304 \\ -1.038914 & b & 0.131398 \\ -1.035304 & 0.131398 & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8.00 & 25.50 & 19.80 \\ 25.50 & 87.75 & 59.70 \\ 19.80 & 59.70 & 54.82 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$a = 5.998917 \approx 5.9989, \quad b = 0.223907 \approx 0.2239, \quad c = 0.249079 \approx 0.2491$$

$$s_{a_0} = 0.6425 \cdot \sqrt{5.9989} \approx 1.5737, \quad s_{a_0}' = \frac{1.5737}{83.23009} \approx 0.0189, \quad \text{annehmbar}$$

$$s_{a_1} = 0.6425 \cdot \sqrt{0.2239} \approx 0.3040, \quad s_{a_1}' = \frac{0.3040}{2.29018} \approx 0.1327, \quad \text{annehmbar}$$

$$s_{a_0} = 0.6425 \cdot \sqrt{0.2491} \approx 0.3207 \quad , \quad s_{a_2}' = \frac{0.3207}{1.30099} \approx 0.2465 \quad , \quad \text{annehmbar.}$$

$$t_{n-m-1;0.05} = t_{5;0.05} = 1.571$$

$$A_0 \in [83.23009 - 2.571 \cdot 1.5736; 83.23009 + 2.571 \cdot 1.5736] \approx [79.1844; 87.2758]$$

$$A_1 \in [2.29018 - 2.571 \cdot 0.3040; 2.29018 + 2.571 \cdot 0.3040] \approx [1.5086; 3.0718]$$

$$A_2 \in [1.30099 - 2.571 \cdot 0.3207; 1.30099 + 2.571 \cdot 0.3207] \approx [0.4765; 2.1255].$$

4.

A_1 :

1).

$$H_0 : A_1 = 0, \quad H_1 : A_1 > 0.$$

2)

Da σ_u nicht bekannt ist, wird die t -Verteilung benutzt.

3)

Der Test ist wegen $H_1 : A_1 > 0$ rechtseitig. $df = 8 - 2 - 1 = 5$. Damit liegt die Ablehnungsregion rechts von 2.015.

4)

$$t_{stat} = \frac{a_1 - A_1}{s_{a_1}} = \frac{2.290181}{0.3040} \approx 7.5334.$$

5)

Wegen $7.5334 > 2.015$ wird die Nullhypothese abgelehnt.

A_2 :

1).

$$H_0 : A_2 = 0, \quad H_1 : A_2 > 0.$$

2)

Da σ_u nicht bekannt ist, wird die t -Verteilung benutzt.

3)

Der Test ist wegen $H_1 : A_2 > 0$ rechtseitig. $df = 8 - 2 - 1 = 5$. Damit liegt die Ablehnungsregion rechts von 2.015.

4)

$$t_{stat} = \frac{a_2 - A_2}{s_{a_2}} = \frac{1.30099}{0.3207} \approx 4.0567.$$

5)

Wegen $4.0567 > 2.015$ wird die Nullhypothese abgelehnt.