

## Klausur

### *Mathematik* *Fernstudium Bachelor*

Es sind genau drei der nachfolgenden vier Aufgaben zu lösen.

#### Aufgabe 1

33 Punkte

Betrachtet sei ein zweistufiger Produktionsprozess. In einer ersten Stufe werden die Zwischenprodukte  $Z_1, Z_2$  mithilfe der Rohstoffe  $R_1, R_2$  und  $R_3$  hergestellt. In einer zweiten Stufe werden die Endprodukte  $P_1, P_2$  mittels der Zwischenprodukte  $Z_1, Z_2$  produziert. Die nachfolgenden Tabellen enthalten die Verflechtung zwischen den Rohstoffen und Zwischenprodukten bzw. zwischen den Zwischenprodukten und den Endprodukten:

	$Z_1$	$Z_2$
$R_1$	1	2
$R_2$	3	4
$R_3$	6	4

	$P_1$	$P_2$
$Z_1$	5	4
$Z_2$	8	2

1. Berechnen Sie den Rohstoffverbrauch pro Endprodukteinheit.
2. Bestimmen Sie den Rohstoffbedarf für folgendes Produktionsprogramm:

$$P_1 : 100 \text{ ME}; \quad P_2 : 200 \text{ ME}.$$

3. Ermitteln Sie Rohstoffkosten für folgende Rohstoffpreise:

$$R_1 : 3 \text{ €/ME}; \quad R_2 : 8 \text{ €/ME}; \quad R_3 : 4 \text{ €/ME}.$$

#### Aufgabe 2

33 Punkte

In einer Schneiderei können pro Stunde höchstens 6 Hosen und 8 Kleider, zusammen aber höchstens 10 Teile, hergestellt werden. Für eine Hose werden 2m Garn benötigt, für 1 Kleid 1m. Die Nähmaschinen können stündlich maximal 12m Garn verarbeiten. Der Gewinn für 1 Hose beträgt 30 €, für ein Kleid 20 €.

Es sollen so viele Hosen und so viele Kleider stündlich hergestellt werden, so dass der Gewinn maximal ist.

1. Stellen Sie das Problem als ein Modell der linearen Optimierung dar.
2. Lösen Sie das Modell nach der Simplexmethode.

**Aufgabe 3****33 Punkte**

Ein Unternehmen hat die Kostenfunktion

$$K(x) = 293 + 159x - 12x^2 + x^3, \quad x > 0,$$

und die Preisabsatzfunktion

$$p(x) = 222 - 6x.$$

1. Für welche Produktionsmenge wird der Gewinn maximal sein? Wie hoch ist dieser Gewinn? Für welchen Preis wird er erzielt?
2. Untersuchen und interpretieren Sie das Monotonie- und Krümmungsverhalten der Kostenfunktion.
3. Berechnen und interpretieren Sie die Elastizität der Kostenfunktion für eine Produktionsmenge von 8 Mengeneinheiten

**Aufgabe 4****33 Punkte**

Ein Produzent bietet zwei Güter  $G_1$  und  $G_2$  an. Dabei gelten folgende Preis-Absatz-Funktionen:

$$x_1(p_1, p_2) = 50 - p_1 - 0.5p_2, \quad p_1 \in [0; 36], \quad p_2 \in [0; 36]$$

$$x_2(p_1, p_2) = 60 - 0.1p_1 - 1.5p_2, \quad p_1 \in [0; 36], \quad p_2 \in [0; 36].$$

( $p_i, i = 1, 2$ : Preis des Gutes  $G_i$ ;  $x_i, i = 1, 2$ : Absatz des Gutes  $G_i, i = 1, 2$ ).

Ferner lauten die entsprechenden Kostenfunktionen:

$$K_1(x_1) = 60 + 0.5x_1, \quad x_1 \in [0; 50],$$

( $K_i, i = 1, 2$ : Kosten des Gutes  $G_i$ )

$$K_2(x_2) = 60 + 0.5x_2, \quad x_2 \in [0; 50],$$

1. Ermitteln Sie die Gewinnfunktion in Abhängigkeit von den Preisen der beiden Güter.
2. Wie sind die Preise zu wählen, damit der Gesamtgewinn maximal wird?
3. Wie hoch ist der maximale Gewinn?
4. Geben Sie die entsprechenden Absatzmengen an.