

Klausur

Mathematik Fernstudium Bachelor

Es sind genau drei der nachfolgenden vier Aufgaben zu lösen.

Aufgabe 1

33 Punkte

Aus den drei Rohstoffen R_1 , R_2 und R_3 werden die beiden Zwischenprodukte Z_1 und Z_2 hergestellt, die wiederum zu den Endprodukten E_1 und E_2 . Aus den drei Rohstoffen R_1 , R_2 und R_3 werden die beiden Zwischenprodukte Z_1 und Z_2 hergestellt, die wiederum zu den Endprodukten E_1 und E_2 weiterverarbeitet werden. Die zur Herstellung von einer Einheit eines Produktes benötigten Ausgangsmengen sind in den beiden Tabellen dargestellt:

	Zwischenprodukte		Endprodukte	
	Z_1	Z_2	E_1	E_2
R_1	3	3	4	3
R_2	1	4	2	3
R_3	5	5		

1. Bestimmen Sie durch Matrizenmultiplikation, welche Rohstoffmengen jeweils für die Herstellung einer Einheit von E_1 und E_2 benötigt werden?
2. Welche Rohstoffmengen werden zur Herstellung von 7 Einheiten von E_1 und 10 Einheiten von E_2 benötigt?
3. Welche Rohstoffkosten entstehen bei der Produktion von 4 Einheiten von E_1 und 5 Einheiten von E_2 , wenn die Einkaufspreise für eine Einheit des Rohstoffes mit 4000,00 € für R_1 , 3500,00 € für R_2 und 6000,00 € für R_3 gegeben sind.

Aufgabe 2

33 Punkte

Ein Unternehmen produziert Kühlschränke und Gefrierschränke. Die Produktionsbedingungen lassen aber nur zu, dass von beiden Produkten zusammen höchstens 200 Stück pro Tag hergestellt werden können.

Die Herstellung der Kühlschränke verursacht Kosten in Höhe von 150.00 € pro Stück, die der Gefrierschränke 300.00 € pro Stück. Dabei ist zu beachten, dass höchstens 45000.00 an Produktionskosten pro Tag anfallen dürfen.

Weiterhin ist aus der Marketingabteilung bekannt, dass höchstens 150 Kühlschränke pro Tag absetzbar sind.

Der Gewinn pro Kühlschrank beträgt 100.00 € und pro Gefrierschrank 150.00 €.

Das Unternehmen möchte seinen Gewinn maximieren.

1. Formulieren Sie das Problem als ein Modell der linearen Optimierung.
2. Lösen Sie das Problem nach der Simplexmethode

Aufgabe 3**33 Punkte**

Ein Unternehmen hat die Kostenfunktion

$$K(x) = 293 + 159x - 12x^2 + x^3, \quad x > 0,$$

und die Preisabsatzfunktion

$$p(x) = 222 - 6x.$$

1. Für welche Produktionsmenge wird der Gewinn maximal sein? Wie hoch ist dieser Gewinn? Für welchen Preis wird er erzielt?
2. Untersuchen und interpretieren Sie das Monotonie- und Krümmungsverhalten der Kostenfunktion.
3. Berechnen und interpretieren Sie die Elastizität der Kostenfunktion für eine Produktionsmenge von 8 Mengeneinheiten

Aufgabe 4**33 Punkte**

Ein Betrieb verkauft zwei Produkte P_1 und P_2 . Die Verkaufspreise der beiden Produkte betragen 30 € bzw. 45 €.

Die Nachfragefunktionen der Produkte lauten:

$$x_1 = 850 - 36p_1 + 15p_2, \quad x_2 = 1075 + 20p_1 - 25p_2.$$

1. Für welche Produktionsmengen wird ein maximaler Gewinn erzielt?
2. Wie hoch ist der maximale Gewinn?
3. Wie lauten die entsprechenden Preise?