

## Klausur

### *Mathematik* *Fernstudium Bachelor*

**Es sind genau drei der nachfolgenden vier Aufgaben zu lösen.**

**Aufgabe 1** **33 Punkte**

Aus den drei Rohstoffen  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$  werden die beiden Zwischenprodukte  $Z_1$  und  $Z_2$  hergestellt, die wiederum zu den Endprodukten  $E_1$  und  $E_2$  weiterverarbeitet werden. Die zur Herstellung von einer Einheit eines Produktes benötigten Ausgangsmengen sind in den beiden Tabellen dargestellt:

	Zwischenprodukte			Endprodukte	
	$Z_1$	$Z_2$		$E_1$	$E_2$
$R_1$	4	3	$Z_1$	2	3
$R_2$	1	4	$Z_2$	2	1
$R_3$	5	3			

1. Welche Rohstoffmengen werden jeweils für die Herstellung einer Einheit von  $E_1$  und  $E_2$  benötigt?
2. Welche Rohstoffmengen werden zur Herstellung von 10 Einheiten von  $E_1$  und 20 Einheiten von  $E_2$  gebraucht?
3. Welche Rohstoffkosten entstehen bei der Produktion von 10 Einheiten von  $E_1$  und 20 Einheiten von  $E_2$ , wenn die Einkaufspreise für eine Einheit des Rohstoffes mit 1000,00 € für  $R_1$ , 3000,00 € für  $R_2$  und 5000,00 € für  $R_3$  gegeben sind.

**Aufgabe 2** **33 Punkte**

Ein Unternehmen fertigt zwei Produkte  $P_1$  und  $P_2$ , die jeweils dieselben beiden Produktionsstufen  $S_1$  und  $S_2$  durchlaufen. Dabei sind im Rahmen der Fertigung folgende Restriktionen zu beachten:  
 Die Kapazität der Produktionsstufe  $S_1$  beträgt 100 Minuten, der Produktionsstufe  $S_2$  90 Minuten.  
 Die Durchlaufzeit für eine Einheit von  $P_1$  beträgt in  $S_1$  5 Minuten in  $S_2$  9 Minuten. Die Durchlaufzeit für eine Einheit von  $P_2$  beträgt in  $S_1$  12.5 Minuten in  $S_2$  7.5 Minuten.  
 Die Fertigungshöchstgrenze für  $P_1$  beträgt 7 Einheiten pro Tag, für  $P_2$  werde keine Restriktion angenommen.  
 Der Stückdeckungsbeitrag beträgt für  $P_1$  10 GE, für  $P_2$  12.5 GE. Gesucht sind diejenigen Produktionsmengen, die den höchsten Deckungsbeitrag liefern.

1. Stellen Sie das Problem als ein Modell der linearen Optimierung dar.
2. Lösen Sie das Problem nach der Simplexmethode.

**Aufgabe 3****33 Punkte**

Ein Unternehmen hat die Gesamtkostenfunktion

$$K(x) = 0.01x^3 - 0.01x^2 + 5x + 200$$

und die Preis-Absatz-Funktion

$$p(x) = 50 - 0.01x .$$

1. Berechnen und interpretieren Sie die Grenzkosten an der Stelle  $x = 1000$  .
2. Untersuchen und interpretieren Sie das Monotonie- und Krümmungsverhalten der Gesamtkostenfunktion.
3. Für welche Produktionsmenge erzielt das Unternehmen den maximalen Gewinn? Wie hoch ist dieser? Berechnen Sie den entsprechenden Preis.
4. Berechnen und interpretieren Sie die Elastizität der Gesamtkostenfunktion an der Stelle  $x = 10$  .

**Aufgabe 4****33 Punkte**

Ein Unternehmen stellt zwei Produkte  $P_1$  und  $P_2$  her. Sei

$x_i, i = 1, 2$  : die Produktionsmenge  $P_i$ ,

$p_i, i = 1, 2$  : der Preis/ME des Produktes  $P_i$ ,

Gegeben seien ferner folgende Nachfragefunktionen

$$x_1 = 14 - 0.25p_1 ;$$

$$x_2 = 24 - 0.5p_2$$

und die Gesamtkostenfunktion

$$K(x_1, x_2) = x_1^2 + 5x_1x_2 + x_2^2 .$$

1. Für welches Produktionsprogramm erzielt das Unternehmen den maximalen Gewinn?
2. Wie hoch ist der maximale Gewinn?
3. Wie lauten die entsprechenden Preise?