Dr. sc. Siassi
TH Wildau
September 2017

Klausur
Statistik – Luftfahrttechnik

A. Pflichtaufgaben

Aufgabe 1 — 20 Punkte

1.
Das statistische Merkmal heißt: Kraftstoffverbrauch. Es handelt sich um ein stetiges Merkmal.

Arbeitstabelle

g_i	G_i	H_i	m_i	$m_i \cdot H_i$	$(m_i - 26.45)^2 \cdot H_i$
17.5	22.5	20	19.75	395	897.800
22.5	27.5	40	25.00	1000	84.100
27.5	32.5	30	30.00	900	378.075
32.5	37.5	10	35.00	350	731.025
		100		2645	2091.000

2.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} m_i \cdot H_i}{n} 26.45$$

3.

$$s^2 \approx \frac{2091}{99} \approx 21.12, \qquad s \approx 4.60, \qquad v \approx \frac{4.60}{26.45} \approx 0.17 < 0.5.$$

Das ermittelte arithmetische Mittel ist durchaus repräsentativ.

Aufgabe 2 — 20 Punkte

$$x(p) = a_0 p^{a_1}$$

$$\lg x = \lg a_0 p^{a_1}, \qquad \lg x = \lg a_0 + \lg p^{a_1},$$

$$\lg x = \lg a_0 + a_1 \cdot \lg p$$

$$X := \lg x, \qquad A_0 := \lg a_0, \qquad A_1 := a_1, \qquad P := \lg p$$

$$X = A_0 + A_1 p$$

$$\begin{cases} nA_0 + A_1\sum_{i=1}^{n}\lg p_i = \sum_{i=1}^{n}\lg x_i \\ A_0\sum_{i=1}^{n}\lg p_i + A_1\sum_{i=1}^{n}(\lg p_i)^2 = \sum_{i=1}^{n}\lg p_i \lg x_i \end{cases}$$

Arbeitstabelle

p_i	x_i	$\lg p_i$	$(\lg p_i)^2$	$\lg x_i$	$\lg x_i \cdot \lg p_i$
30	610	1.47712125	2.18188720	2.78532984	4.1142699
36	460	1.55630250	2.42207747	2.66275783	4.14405667
40	395	1.60205999	2.56659622	2.59659710	4.15990432
45	330	1.65321251	2.73311162	2.51851394	4.16363876
50	280	1.69897000	2.88649908	2.44715803	4.15764809
		7.98766626	12.7901716	13.0103567	20.7395177

$$\begin{cases} 5A_0 + 7.98766626A_1 = 13.0103567 \\ 7.98766626A_0 + 12.7901716A_1 = 20.7395177 \end{cases}$$

$A_0 \approx 5.0278 \Rightarrow a_0 = 106610.5049$

$A_1 = a_1 \approx -1.5184$

$$x(p) = 106610.5049\, p^{-1.5184}$$

3.

$$x(54.30) = 106610.5049 \cdot 54.30^{-1.5184} = 247.559695 \approx 248$$

Aufgabe 3 — 20 Punkte

Sei

X : das Füllgewicht der Säcke (normalverteilt mit $\mu = 1006$ g, $\sigma = 4$ g)

1.

$$P(1000 \le X < 1010) = F(1010) - F(1000)$$

$$= \Phi\left(\frac{1010-1006}{4}\right) - \Phi\left(\frac{1000-1006}{4}\right) = \Phi(1) - \Phi(-1.5)$$
$$= \Phi(1) - (1 - \Phi(1.5))$$

$$= 0.8413 - 1 + 0.9332 = 0.7745 \text{ (also 77.45\%)}$$

2.

$$P(|X-1006| > 10) \equiv 1 - P(|X-1006| \le 10) = 1 - \left(2\Phi\left(\frac{10}{4}\right) - 1\right)$$

$$= 1 - (2\Phi(2.5) - 1) = 1 - (2 \cdot 0.9938 - 1) = 0.0124 \text{ (also 1.24\%)}$$

B. Wahlaufgaben

Es sind **genau** zwei der nachfolgenden vier Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die Aufgaben, die Sie **nicht** gewählt haben, **durch**.

Aufgabe 4	**20 Punkte**

Sei

A: die Glühlampe ist defekt

$B_i,\ i = 1,2,3$: die Glühlampe wurde auf A_i hergestellt.

Damit haben wir:

$$P(B_1) = 0.60, \qquad P(B_2) = 0.25, \qquad P(B_3) = 0.15$$

$$P(A / B_1) = 0.02, \qquad P(A / B_2) = 0.03, \qquad P(A / B_3) = 0.05$$

1.

$$P(A) = 0.60 \cdot 0.02 + 0.25 \cdot 0.03 + 0.15 \cdot 0.05 = 0.027\,.$$

2.

$$P(B_3 / A) = \frac{0.15 \cdot 0.05}{0.027} \approx 0.28\,.$$

3.

$$P(\bar{A}/ B_1) + P(\bar{A}/ B_3) = \frac{0.60 \cdot 0.97 + 0.15 \cdot 0.95}{1 - 0.027} = \frac{0.7245}{0.973} \approx 0.7446$$

Aufgabe 5	**20 Punkte**

Sei X die Familiengröße

1.

$$F(x) = \begin{cases} 0.00 & \text{when} \quad -\infty < x \le 2 \\ 0.42 & \text{when} \quad 2 < x \le 3 \\ 0.65 & \text{when} \quad 3 < x \le 4 \\ 0.86 & \text{when} \quad 4 < x \le 5 \\ 0.96 & \text{when} \quad 5 < x \le 6 \\ 0.99 & \text{when} \quad 6 < x \le 7 \\ 1.00 & \text{when} \quad 7 < x < +\infty \end{cases}$$

2.

$$E(X) = 2 \cdot 0.42 + 3 \cdot 0.23 + 4 \cdot 0.21 + 5 \cdot 0.10 + 6 \cdot 0.03 + 7 \cdot 0.01 = 3.12$$

3.

$$D^2(X) = 2^2 \cdot 0.42 + 3^2 \cdot 0.23 + 4^2 \cdot 0.21 + 5^2 \cdot 0.10 + 6^2 \cdot 0.03 + 7^2 \cdot 0.01 - (3.12)^2 = 1.4456$$

$D(X) \approx 1.2023$

4.

$$P(2 \le X \le 6) = P(2 \le X < 7) = F(7) - F(2) = 0.99 - 0 = 0.99\,.$$

Aufgabe 6	**20 Punkte**

Sei

X : die Anzahl der erfolgreichen Bohrungen. X ist binomialverteilt mit $n = 15,\ p = 0.12.$

1.

$$P(X \le 2) = \sum_{x=0}^{2} \binom{15}{x} 0.12^x \cdot 0.88^{15-x} = 0.1470 + 0.3006 + 0.2870 = 0.7346$$

2.

$$E(X) = n \cdot p = 15 \cdot 0.12 = 1.8000$$

Im Durchschnitt ist die Anzahl der erfolgreichen Bohrungen 1.8.

$$D(X) = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{15 \cdot 0.12 \cdot 0.88} = 1.2586$$

Die durchschnittliche Abweichung der Einzelwerte vom Durchschnitt beträgt 1.2586.

3.

Wir überprüfen, ob die Poissonverteilung in Frage kommt:

$$n \cdot p = 15 \cdot 0.12 = 1.8 \le 10$$

$$15 \le 1500 \cdot 0.12 = 180$$

Nein.

Aufgabe 7	**Punkte 20**

$n = 36, \quad \bar{x} = 57.1 \text{ mm}, \quad s = 1.4 \text{ mm}, \quad \alpha = 0.005$

Schritt 1:

$$H_0:\ \mu \le 55; \qquad H_1:\ \mu > 55$$

Schritt 2;

Die Stichprobenmittelwerte sind t-verteilt.

Schritt 3:

$$t_{krit} = 2.7238$$

Schritt 4:

$$t_{stat} = \frac{57.1 - 55.0}{\frac{1.4}{6}} = 9$$

Schritt 5:

$$t_{statt} = 9 > 2.7238 = t_{krit}$$

Damit wird die Null Hypothese abgelehnt und damit ist die Grundgesamtheit im Mittel größer als 55 mm.