Dr. sc. Siassi
Technische Hochschule Wildau
Juli 2016

Klausur
Statistik – Luftfahrttechnik

A. Pflichtaufgaben

Aufgabe 1 — 20 Punkte

Arbeitstabelle

K_i	g_i	G_i	H_i	h_i	$\sum_{j=1}^{i} h_j$	m_i
1	0	2	33	0.033	0.033	1
2	2	4	276	0.276	0.309	3
3	4	6	404	0.404	0.713	5
4	6	8	237	0.237	0.950	7
5	8	10	50	0.050	1.000	
			1000	1.000		

Sei

X : Lebensdauer der Bildröhren in Jahren

$$F(x) = \begin{cases} 0.000 & -\infty < x \le 1 \\ 0.033 & 1 < x \le 3 \\ 0.309 & 3 < x \le 5 \\ 0.713 & 5 < x \le 7 \\ 0.950 & 7 < x \le 9 \\ 1.000 & 9 < x < +\infty \end{cases}$$

1.

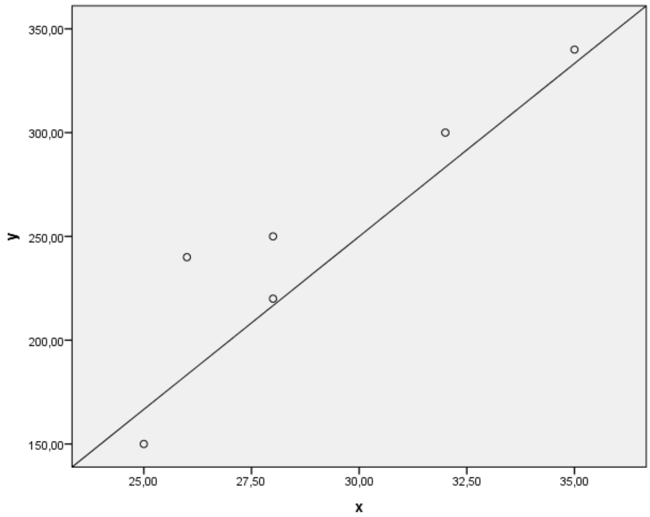
$A(X \ge 5) = 1 - A(X < 5) = 1 - F(5) = 1 - 0.309 = 0.691$ (also etwa 69.1%)

2.

$$\sum_{i=}^{4} h_j = 0.950 > 0.75$$

$$\tilde{x}_{0.75} \approx 6 + \frac{0.75 - 0.713}{0.237} \cdot 2 \approx 6.31 \text{ Jahre}$$

Aufgabe 2	**20 Punkte**



1.

$$q^*(p) = a_0 p^{a_1}$$

$$\lg q = \lg a_0 p^{a_1}$$

$$\lg q = \lg a_0 + \lg p^{a_1}$$

$$\lg q = \lg a_0 + a_1 \cdot \lg p$$

Sei

$$Q := \lg q, \quad A_0 := \lg a_0, \quad P := \lg p, \quad A_1 := a_1$$

Damit erhält man die linearisierte Funktion:

$$Q = A_0 + A_1 P$$

Die Normalgleichungen zur Ermittlung von A_0 und A_1 lauten dann:

$$\begin{cases} nA_0 + A_1 \sum_i P_i = \sum_i Q_i \\ A_0 \sum_i P_i + A_1 \sum_i P_i^2 = \sum_i P_i Q_{\partial i} \end{cases}$$

Arbeitstabelle

p_i	q_i	P_i	Q_i	P_i^2	$P_i \cdot Q_i$
30	616	1.477121255	2.789580712	2.181887202	4.120548962
36	460	1.556302501	2.662757832	2.422077475	4.144056673
40	395	1.602059991	2.596597096	2.566596215	4.15990432
45	330	1.653212514	2.51851394	2.733111616	4.163638762
50	280	1.698970004	2.447158031	2.886499074	4.15764809
		7.987666265	13.01460761	12.79017158	20.74579681

$$\begin{cases} 5A_0 + 7.987666265A_1 = 13.01460761 \\ 7.987666265A_0 + 12.79017158A_1 = 20.74579681 \end{cases}$$

Das Gleichungssystem liefert die Lösung:

$$A_0 = 5.05602700, \quad A_1 = -1.535730899$$

Damit hat man:

$$a_0 = 113769.8014, \quad a_1 = A_1 = -1.535730899$$

Die Regressionsfunktion lautet:

$$q^*(p) = 113769.8014\, p^{-1.535730899}$$

2.

$$q^*(54) = 113769.8014 \cdot 54^{-1.535730899} = 248.6638842 \approx 249.$$

Aufgabe 3	**20 Punkte**

Sei

X : die Lebensdauer der Batterien

X ist normalverteilt mit $\mu = 2$ *Jahre*, $\sigma = 0.5$ *Jahre*

1.

$$P(1.5 \le X < 2) = F(2) - F(1.5)$$

$$= \Phi\left(\frac{2-2}{0.5}\right) - \Phi\left(\frac{1.5-2}{0.5}\right) = \Phi(0) - \Phi(-1) = \Phi(0) - \left(1 - \Phi(1)\right)$$

$$= 0.50000 - \left(1 - 0.8413\right) = 0.3413.$$

2.

$$P(X > 3) = 1 - P(X \le 3) \approx 1 - P(X < 3)$$

$$= 1 - F(3) = 1 - \Phi\left(\frac{3-2}{0.5}\right) = 1 - \Phi(2)$$

$$= 1 - 0.9772 = 0.0228\,.$$

3.
Sei

A: die erste Batterie hat eine Lebensdauer von mehr als 3 Jahren
B: die zweite Batterie hat eine Lebensdauer von mehr als 3 Jahren

Wegen der Unabhängigkeit dieser Ereignisse gilt:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.0228^2 \approx 0.0005$$

B. Wahlaufgaben

Es sind **genau** zwei der nachfolgenden drei Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die Aufgabe, die Sie **nicht** gewählt haben, **durch**.

Aufgabe 4	**20 Punkte**

Sei

A: „Eine Schraube ist defekt.“

$B_i,\ i=1,2,3$: „Eine Schraube wurde auf der Maschine M_i gefertigt.“

Wir haben:

$$P(B_1)=0.25,\qquad P(B_2)=0.25,\qquad P(B_3)=0.50$$

$$P(A/B_1)=0.06,\qquad P(A/B_2)=0.05,\qquad P(A/B_3)=0.04.$$

1.

$$P(A)=0.25\cdot 0.06+0.25\cdot 0.05+0.50\cdot 0.04=0.0475.$$

2.

$$P(B_2/A)=\frac{0.25\cdot 0.05}{0.0475}=\frac{5}{19}\approx 0.2632$$

Aufgabe 5	**Punkte 20**

$$F(x)=0.25\int_{-2}^{x}(2+t)dt=0.25\left[2t+\frac{t^2}{2}\right]_{-2}^{x}=0.25\left[\left(2x+\frac{x^2}{2}\right)-\left(-4+\frac{4}{2}\right)\right]$$

$$=0.25\left(\frac{x^2}{2}+2x-2)\right)=0.125x^2+0.5x-0.5,\qquad -2<x\le 0$$

$$F(x)=0.25\int_{0}^{x}(2-t)dt+0.5=0.25\left[2t-\frac{t^2}{2}\right]_{0}^{x}+0.5=0.25\left(2x-\frac{x^2}{2}\right)+0.5$$

$$=-0.125x^2+0.5x+0.5,\qquad 0<x\le 2$$

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{für}\quad -\infty<x\le -2\\ 0.125x^2+0.5x+0.5 & \text{für}\quad -2<x\le 0\\ -0.125x^2+0.5x+0.5 & \text{für}\quad 2<x\le 2\\ 1 & \text{für}\quad 2<x<+\infty\end{cases}$$

$$P(-1\le X\le +1)=F(1)-F(-1)=(-0.125+0.5+0.5)-(0.125-0.5+0.5)=0.75.$$

Aufgabe 6	**Punkte 20**

1.

$\mu = 55$ mm, $n = 36$, $\bar{x} = 57.1$ mm, $s = 1.4$ mm, α=0.005

S1:

$H_0 : \mu = 55$, $H_1 : \mu > 55$

S2:
Die Stichprobenberteilung der Mittelwerte ist t-verteilt.

S3:

$$t_{stat} = \frac{\bar{x} - \mu}{s_{\bar{x}}} = \frac{57.1 - 55}{\frac{1.4}{\sqrt{36}}} = 9$$

S4:

$t_{krit} = 2.724$

S5:

$t_{stat} = 9 > 2.724 = t_{krit}$

Damit wird H_0 abgelenhznt, d.h. die Bohrlöcher sind im Mittel größer als 55 mm.

2.

$\mu = 55$ mm, $n = 36$, $\bar{x} = 57.1$ mm, $\sigma = 1.2$ mm, α=0.005

S1:

$H_0 : \mu = 55$, $H_1 : \mu > 55$

S2:
Die Stichprobenberteilung der Mittelwerte ist z-verteilt.

S3:

$$z_{stat} = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{57.1 - 55}{\frac{1.2}{\sqrt{36}}} = 10.5$$

S4:

$z_{krit} = 2.576$

S5:

$z_{stat} = 10.5 > 2.576 = z_{krit}$

Damit wird H_0 abgelenhznt, d.h. die Bohrlöcher sind im Mittel größer als 55 mm.