Dr. sc. Siassi
Technische Hochschule Wildau
Juli 2015

Klausur
Statistik – Luftfahrttechnik

A. Pflichtaufgaben

Aufgabe 1 **20 Punkte**

1. 2.

Arbeitstabelle

g_i	G_i	H_i	m_i	$m_i \cdot H_i$	$(m_i - \bar{x})^2 \cdot H_i$
0	400	75	200	15000	48000000
400	800	100	600	60000	16000000
800	1200	100	1000	100000	0
1200	1600	200	1400	280000	32000000
1600	2000	25	1800	45000	16000000
		500		500000	112000000

$$\bar{x} \approx \frac{500000}{500} = 1000\,€$$

$$s^2 \approx \frac{112000000}{499} = 224448.898, \qquad s \approx 473.76038$$

$$v \approx \frac{473.76038}{1000} \approx 0.47 < 0.5.$$

Das arithmetische Mittel ist damit repräsentativ.

Aufgabe 2	**20 Punkte**

1.

$$p^* = a_0 e^{a_1 q}$$

$$\ln p^* = \ln a_0 e^{a_1 q} \;\Leftrightarrow\; \ln p^* = \ln a_0 + \ln e^{a_1 q} \;\Leftrightarrow\; \ln p^* = \ln a_0 + a_1 q$$

Mit

$$P^* := \ln p^*, \qquad A_0 := \ln a_0, \qquad A_1 := a_1$$

erhält man

$$P^* = A_0 + A_1 q\,.$$

Zur Bestimmung der Regressionskoeffizienten wird folgendes Systems gelöst:

$$\begin{cases} n \cdot A_0 + A_1 \cdot \sum_i q_i = \sum_i P_i \\ A_0 \cdot \sum_i q_i + A_1 \cdot \sum_i q_i^2 = \sum_i q_i \cdot P_i \end{cases}$$

Arbeitstabelle

q_i	p_i	q_i^2	P_i	$q_i \cdot P_i$
1	3115.20	1	8.0443696	8.0443696
2	2430.12	4	7.7956959	15.591392
3	1884.46	9	7.5413966	22.624190
4	1475.51	16	7.2967590	29.187036
5	1146.95	25	7.0448615	35.224308
6	900.52	36	6.8029724	40.817834
7	691.09	49	6.5382701	45.767890
8	535.34	64	6.2829021	50.263216
36		204	57.3469061	247.519915

$$\begin{cases} 8A_0 + 36A_1 = 57.3469061 \\ 36A_0 + 204A_1 = 247.519915 \end{cases} \Rightarrow A_0 = 8.297774, \quad A_1 = -0.250980,$$

d..h.

$$a_0 = 4014.925216 \qquad a_1 = -0.250980$$

und

$$P^* = 4014.925216 \cdot e^{-0.250980 q}$$

$$P^*(10) = 326.3511667 \approx 326.35$$

Aufgabe 3	**20 Punkte**

Sei

X : Länge der Schrauben in mm

X ist normalverteilt mit

$\mu = 500\ mm, \qquad \sigma = 10\ mm$

1.

$$P(X < 485) = F(485) = \Phi\left(\frac{485-500}{10}\right) = \Phi(-1.5) = 1 - \Phi(1.5)$$

$$= 1 - 0.933193 = 0.066807.$$

2.

$$P(499 \le X \le 501) \approx P(499 \le X < 501) = F(501) - F(499)$$

$$= \Phi\left(\frac{501-500}{10}\right) - \Phi\left(\frac{499-500}{10}\right) = \Phi(0.10) - \Phi(-0.10)$$

$$= \Phi(0.10) - (1 - \Phi(0.10) = 2\Phi(0.10) - 1 = 2 \cdot 0.539828 - 1 = 0.079656$$

3.

$$P(|X - 500| > 50) \approx 1 - P(|X - 500| < 50) = 1 - \left(2\Phi\left(\frac{50}{10}\right) - 1\right) = 1 - 2 + 1 = 0$$

B. Wahlaufgaben

Es sind **genau** zwei der nachfolgenden vier Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die Aufgabe, die Sie **nicht** gewählt haben, **durch**.

Aufgabe 4	**20 Punkte**

Sei

A: Ein Baumaterial ist einwandfrei

$B_i,\ i=1,2,3$: Das Baumateril ist auf der Straße i gelaufen.

Wir haben:

$$P(B_1)=\frac{750}{750+800+1000}=\frac{750}{2550}=\frac{15}{51}$$

$$P(B_2)=\frac{800}{750+800+1000}=\frac{800}{2550}=\frac{16}{51}$$

$$P(B_2)=\frac{1000}{750+800+1000}=\frac{1000}{2550}=\frac{20}{51}$$

$$P(A/B_1)=0.80,\qquad P(A/B_2)=0.85,\qquad P(A/B_3)=0.65$$

1.

$$P(\bar{A})=1-P(A)=1-\left(\frac{15}{51}\cdot 0.80+\frac{16}{51}\cdot 0.85+\frac{20}{51}\cdot 0.65\right)$$

$$=1-\left(\frac{4}{17}+\frac{4}{15}+\frac{13}{50}\right)=1-\frac{1943}{2550}=\frac{607}{2550}\approx 0.238039$$

2.

$$P(B_1/A)=\frac{P(A/B_1)\cdot P(B_1)}{P(A)}=\frac{\frac{15}{51}\cdot 0.80}{\frac{1943}{2550}}=\frac{\frac{4}{17}}{\frac{1943}{2550}}=\frac{600}{1943}=0.3088008235$$

Aufgabe 5	**20 Punkte**

1.

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0.24	0.16	0.08	0.40	0.12

2.

$$F(x) = \begin{cases} 0.00 & -\infty < x \le 1 \\ 0.24 & 1 < x \le 2 \\ 0.40 & 2 < x \le 3 \\ 0.48 & 3 < x \le 4 \\ 0.88 & 4 < x \le 5 \\ 1.00 & 5 < x < +\infty \end{cases}$$

3.

$$P(X \ge 4) = 1 - P(X < 4) = 1 - F(4) = 1 - 0.48 = 0.52.$$

4.

$$E(X) = 1 \cdot 0.24 + 2 \cdot 0.16 + 3 \cdot 0.08 + 4 \cdot 0.40 + 5 \cdot 0.12 = 3$$

Im Durchschnitt beträgt die Haushaltsgröße 3.

$$D^2(X) = 1^2 \cdot 0.24 + 2^2 \cdot 0.16 + 3^2 \cdot 0.08 + 4^2 \cdot 0.40 + 5^2 \cdot 0.12 - 3^2 = 2$$
$$D(X) = \sqrt{2} = 1.414213562 \approx 1.41\,.$$

Die Standardabweichung gibt die Variationsbereite des Erwartungswertes an.

Aufgabe 6 **Punkte 20**

1.

$$F(x)=\int_0^x (0.06t-0.006t^2)dt=\left[\frac{0.06t^2}{2}-\frac{0.012t^3}{3}\right]_0^x=0.03x^2-0.002x^3$$

$$F(x)=\begin{cases}0 & -\infty<x\le 0\\ 0.03x^2-0.002x^3 & 0<x\le 10\\ 1 & 10<x<+\infty\end{cases}$$

2.

$$P(X\le 2)\approx P(X<2)=F(2)=0.03\cdot 2^2-0.002\cdot 2^3=0.104.$$

3.

$$E(X)=\int_0^{10} x\cdot\left(0.06x-0.006x^2\right)dx=\int_0^{10}\left(0.06x^2-0.006x^3\right)dx$$

$$=\left[0.02x^3-0.0015x^4\right]_0^{10}=5$$

Die Monitoren haben eine durchschnittliche Lebensdauer von 5 Jahren.

4.

$$D^2(X)=\int_0^{10} x^2\left(0.06x-0.006x^2\right)dx-5^2=\left[0.015x^4-0.0012x^5\right]_0^{10}-25$$

$$=30-25=5$$

$$D(X)=\sqrt{5}\approx 2.236$$

Die Spannweite des Erwartungswertes beträgt ungefähr 2.236 Jahre.

Aufgabe 7	**Punkte 20**

1

X : „Anzahl der Raucher im Arbeitszimmer.“

Die Zufallsvariable X ist hypergeometrisch verteilt mit

$$N = 18, \quad M = 5, \quad n = 3$$

2.

$$p_{(x=0)} = \frac{\binom{5}{0}\binom{13}{3}}{\binom{18}{3}} = 0.3505$$

3.

$$p_{(x=3)} = \frac{\binom{5}{2}\binom{13}{1}}{\binom{18}{3}} = 0.1593$$

4.

$$p_{(x=3)} = \frac{\binom{5}{1}\binom{13}{2}}{\binom{18}{3}} = 0.4779$$

$$F(3) = P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0.3505 + 0.4779 + 0.1593 = 0.9877$$

Aufgabe 8	**Punkte 20**

Wir haben

$$n = 20, \quad \bar{x} = 430, \quad s^2 = 171 \ (s \approx 13.08), \quad \alpha = 0.05$$

S1:

$$H_0: \ \mu \geq 450 \qquad\qquad H_1: \ \mu < 450$$

S2:

Der Stichprobenmittelwert ist t-verteilt.

S3:

$$t_{krit} = -1.729$$

S4:

$$t_{stat} = \frac{430 - 450}{\frac{13.08}{\sqrt{20}}} \approx -6.84$$

S5:

Wegen

$$t_{stat} = -6.84 < -1.729 = t_{krit}$$

wird die Nullhypothese und damit die Behauptung des Forschungsinstituts widerlegt.