

## Klausur

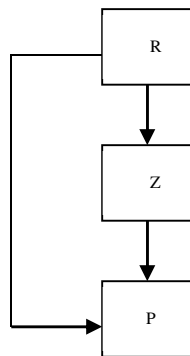
### Wirtschaftsmathematik

#### A. Pflichtaufgaben

**Aufgabe 1** **25 Punkte**

Folgendes Diagramm repräsentiert den Produktionsprozess in einem Betrieb:

- R: Rohstoffblock
- Z: Zwischenproduktblock
- P: Endproduktblock.



Die Endprodukte werden teilweise *direkt* ohne Verwendung der Zwischenprodukte hergestellt.

Direkte Verflechtungskoeffizienten			Gesamtverflechtungskoeffizienten		
	$P_1$	$P_2$		$P_1$	$P_2$
$R_1$	2	1	$Z_1$	1	3
$R_2$	3	4	$Z_2$	2	4
				$R_1$	6     9
				$R_2$	14     27

1. Stellen Sie die obigen Tabellen als Matrizen dar.
2. Modellieren Sie den Produktionsprozess als eine Matrixgleichung.
3. Wie viele Rohstoffe werden pro Zwischenprodukteinheit benötigt?
4. Wie viele Rohstoffe werden zur Realisierung folgendes Produktionsprogramms benötigt?

$$P_1 : 20 \text{ Einheiten}; \quad P_2 : 15 \text{ Einheiten}$$

**Aufgabe 2****25 Punkte**

Ein Betrieb ist mit der Herstellung zweier Produkte  $P_1$  und  $P_2$  beauftragt. Zur Fertigung eines jeden Produktes werden drei Maschinen  $M_1, M_2$  und  $M_3$  benötigt.

Die verfügbaren Maschinenzeitfonds und Bearbeitungszeiten pro Produkteinheiten sind der nachfolgenden Tabelle zu entnehmen:

<i>Maschinen</i>	$P_1$	$P_2$	<i>Verfügbarkeit</i>
$M_1$	30	10	3000
$M_2$	40	30	6000
$M_3$	10	20	2000

Der Gewinn beträgt für:

$$P_1: 20 \text{ €/ME}, \quad P_2: 10 \text{ €/ME}.$$

1. Formulieren Sie das Problem als ein Modell der linearen Optimierung.
2. Lösen Sie das Modell nach der Simplexmethode.
3. Wie viel Zeiteinheiten auf  $M_2$  bleiben ungenutzt?

**Aufgabe 3****25 Punkte**

Ein Unternehmen produziert zwei Güter  $G_1$  und  $G_2$ . Die Produktions- und Absatzmenge von  $G_i, i = 1, 2$ , sei  $x_i$ .

Die Umsatzfunktion des Unternehmens ist gegeben durch:

$$U(x_1, x_2) = -2x_1^2 - x_2^2 - x_1x_2 + 200x_1 + 160x_2, \quad x_1, x_2 \in [0, 40].$$

Die Kostenfunktion des Unternehmens lautet:

$$K(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_1x_2 + 100, \quad x_1, x_2 \geq 0.$$

Das Unternehmen möchte in der kommenden Periode insgesamt *genau* 30 Mengeneinheiten produzieren und dabei seinen Gewinn maximieren.

1. Stellen Sie das entsprechende Modell auf.
2. Wie viel soll von den einzelnen Gütern produziert werden?

Berechnen Sie den maximalen Gewinn, den entsprechenden Umsatz und die dabei

## B. Wahlaufgaben

Es ist **genau** eine der nachfolgenden zwei Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die Aufgabe, die Sie **nicht** gewählt haben, **durch**.

<b>Aufgabe 4</b>
------------------

<b>25 Punkte</b>
------------------

Ein Unternehmen hat die Gesamtkostenfunktion

$$K(x) = 0.01x^3 - 0.01x^2 + 5x + 200$$

und die Preis-Absatz-Funktion

$$p(x) = 50 - 0.01x.$$

1. Berechnen und interpretieren Sie die Grenzkosten an der Stelle  $x = 1000$ .
2. Untersuchen und interpretieren Sie das Monotonie- und Krümmungsverhalten der Gesamtkostenfunktion.
3. Für welche Produktionsmenge erzielt das Unternehmen den maximalen Gewinn? Wie hoch ist dieser? Berechnen Sie den entsprechenden Preis.
4. Berechnen und interpretieren Sie die Elastizität der Gesamtkostenfunktion an der Stelle  $x = 10$ .

<b>Aufgabe 5</b>
------------------

<b>25 Punkte</b>
------------------

Die Abhängigkeit der Nachfrage vom Preis für ein bestimmtes Produkt sei durch folgende Funktion dargestellt:

$$x(p) = \frac{1}{e^{p-2}} - 2$$

1. Zeichnen Sie die Funktion.
2. Untersuchen und interpretieren Sie das Monotonieverhalten der Funktion.