

Klausur

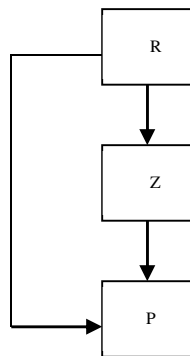
Wirtschaftsmathematik

A. Pflichtaufgaben

Aufgabe 1 **25 Punkte**

Folgendes Diagramm repräsentiert den Produktionsprozess in einem Betrieb:

- R: Rohstoffblock
- Z: Zwischenproduktblock
- P: Endproduktblock.



Die Endprodukte werden teilweise *direkt* ohne Verwendung der Zwischenprodukte hergestellt.

Direkte Verflechtungskoeffizienten			Gesamtverflechtungskoeffizienten					
	P_1	P_2		Z_1	Z_2		P_1	P_2
R_1	2	1	R_1	0	2	R_1	6	9
R_2	3	4	R_2	1	5	R_2	14	27

1. Stellen Sie die obigen Tabellen als Matrizen dar.
2. Modellieren Sie den Produktionsprozess als eine Matrixgleichung.
3. Wie viele Zwischenprodukte werden pro Endprodukteinheit benötigt?
4. Wie viele Rohstoffe werden zur Realisierung folgendes Produktionsprogramms benötigt?

$$P_1 : 10 \text{ Einheiten}; \quad P_2 : 20 \text{ Einheiten}$$

Aufgabe 2**25 Punkte**

Ein Betrieb stellt aus den Produktionsfaktoren F_1, F_2 und F_3 die Endprodukte P_1 und P_2 her. Folgende Informationen liegen vor:

	P_1	P_2	Faktormenge
F_1	1	2	50
F_2	7	4	140
F_3	7	2	126
Gewinn/ME	42	24	

Gesucht ist ein gewinnmaximierendes Produktionsprogramm

1. Formulieren Sie das Problem als ein Modell der linearen Optimierung.
2. Dualisieren Sie das Problem
3. Interpretieren Sie den Wert einer der Dualvariablen.
4. Berechnen Sie die prozentuale Auslastung der einzelnen Faktormenge.

Aufgabe 3**25 Punkte**

Ein Monopolist, der von einem Produkt zwei Typen herstellt, hat folgende Nachfragefunktionen

$$x_1 = 10 - p_1 + 2p_2, \quad x_2 = 8 + 2p_1 - 6p_2.$$

Seine Kostenfunktion lautet

$$K(x_1, x_2) = 4x_1 + 2x_2$$

1. Bestimmen Sie die gewinnmaximierenden Produktionsmengen.
2. Wie hoch ist der maximale Gewinn?
3. Für welchen Preis wird der maximale Gewinn erzielt?

B. Wahlaufgaben

Es ist **genau** eine der nachfolgenden zwei Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die Aufgabe, die Sie **nicht** gewählt haben, **durch**.

Aufgabe 4

25 Punkte

Ein Produktionsunternehmen habe folgende Gesamtkostenfunktion

$$K(x) = x^3 - 6x^2 + 18x, \quad x \leq 10, \quad (x: \text{Produktion}; K: \text{Kosten})$$

1. Untersuchen Sie die Durchschnittskostenfunktion auf Monotonie.
2. Für welche Produktionsmenge sind die Durchschnittskosten minimal? Wie hoch wären dort die Kosten pro Stück?
3. An welcher Stelle schneiden sich die Grenz- und Durchschnittskostenfunktionen. Zeichnen Sie beide Funktionen in ein Koordinatensystem.
4. Untersuchen Sie das Krümmungsverhalten der Gesamtkostenfunktion. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis.
5. Die Produktion wird – ausgehend von 4 Mengeneinheiten - um 0.25 Mengeneinheiten erhöht. Wie ändern sich die Gesamtkosten approximativ und exakt.

Aufgabe 5

25 Punkte

Der monatliche Butterverbrauch V eines Haushaltes hängt vom monatlichen Haushaltseinkommen Y in folgender Weises ab:

$$V(Y) = 35 \cdot e^{-\frac{15}{Y}}, \quad Y > 0.$$

Untersuchen und interpretieren Sie das Monotonieverhalten dieser Funktion.