

Klausur

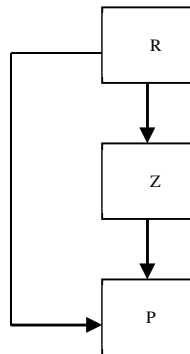
Wirtschaftsmathematik

A. Pflichtaufgaben

Aufgabe 1 **25 Punkte**

Folgendes Diagramm repräsentiert den Produktionsprozess in einem Betrieb:

- R: Rohstoffblock
- Z: Zwischenproduktblock
- P: Endproduktblock.



Die Endprodukte werden teilweise *direkt* ohne Verwendung der Zwischenprodukte hergestellt.

Direkte Verflechtungskoeffizienten			Gesamtverflechtungskoeffizienten					
	P_1	P_2		Z_1	Z_2		P_1	P_2
R_1	2	1	R_1	0	2	R_1	6	9
R_2	3	4	R_2	1	5	R_2	14	27

1. Stellen Sie die obigen Tabellen als Matrizen dar.
2. Modellieren Sie den Produktionsprozess als eine Matrixgleichung.
3. Wie viele Zwischenprodukte werden pro Endprodukteinheit benötigt?
4. Wie viele Rohstoffe werden zur Realisierung folgendes Produktionsprogramms benötigt?

$$P_1 : 10 \text{ Einheiten}; \quad P_2 : 20 \text{ Einheiten}$$

Aufgabe 2**25 Punkte**

Ein Gemüsebauer hat insgesamt 30 Morgen Land zum Anbau von Erbsen und Stangenbohnen zur Verfügung.

Für einen Morgen Erbsen muss der Betrieb im Durchschnitt einen Arbeitstag, für einen Morgen Stangenbohnen zwei Arbeitstage aufwenden. Insgesamt kann mit 50 Arbeitstagen gerechnet werden.

Die Ausgaben für Saatgut betragen für einen Morgen Erbsen 200 €, für einen Morgen Stangenbohnen 100 €. Der Bauer kann höchstens 5000 € für das Saatgut ausgeben.

Der Gewinn bei einem Morgen Erbsen beträgt 200 €, bei einem Morgen Stangenbohnen 300 €.

Der Gemüsebauer möchte wissen, wie viel Morgen Erbsen und Stangenbohnen er anbauen soll, damit sein Gewinn maximal wird.

1. Stellen Sie das Problem als ein Modell der linearen Optimierung dar.
2. Lösen Sie das Problem nach der Simplexmethode.

Aufgabe 3**25 Punkte**

Ein Betrieb hat die Gesamtkostenfunktion

$$K(x) = 2x^3 - 12x^2 + 30x + 50$$

mit

x : Output;

$K(x)$: Kosten der Herstellung von x Mengeneinheiten.

1. Bestimmen und interpretieren Sie die Elastizität der Gesamtkostenfunktion für $x = 12$.
2. Vergleichen und kommentieren Sie Ihr Ergebnis der Teilaufgabe 1 mit dem exakten Resultat.
3. Lösen und interpretieren Sie folgende Gleichung

$$K'(x) = k_v(x).$$

Begründen Sie Ihre Antwort.

B. Wahlaufgaben

Es ist **genau** eine der nachfolgenden zwei Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die Aufgabe, die Sie **nicht** gewählt haben, **durch**.

Aufgabe 4

25 Punkte

Ein Unternehmen stellt zwei Produkte P_1 und P_2 her. Sei

$x_i, i = 1, 2$: die Produktionsmenge P_i ,

$p_i, i = 1, 2$: der Preis/ME des Produktes P_i ,

Gegeben seien ferner folgende Nachfragefunktionen

$$x_1 = 14 - 0.25 p_1;$$

$$x_2 = 24 - 0.5 p_2$$

und die Gesamtkostenfunktion

$$K(x_1, x_2) = x_1^2 + 5x_1x_2 + x_2^2.$$

1. Für welches Produktionsprogramm erzielt das Unternehmen den maximalen Gewinn?
2. Wie hoch ist der maximale Gewinn?
3. Wie lauten die entsprechenden Preise?

Aufgabe 5

25 Punkte

Ein Verbraucher kauft die Produkte P_1 und P_2 und hat dabei die Nutzenfunktion

$$N(x_1, x_2) = -x_1^2 - x_2^2 + 4x_1 + 16x_2 \quad (x_i, i = 1, 2: \text{Nutzen von } P_i/\text{ME})$$

P_1 und P_2 kosten jeweils 0.40 GE.

Der Verbraucher möchte genau 3.20 GE ausgeben und seinen Nutzen maximieren.

1. Lösen Sie das Problem nach der Methode der Lagrange-Multiplikatoren.
2. Interpretieren Sie Ihre Lösung.