

Klausur

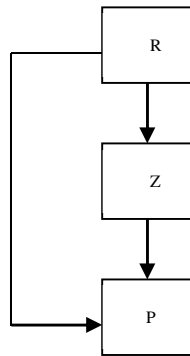
Wirtschaftsmathematik

A. Pflichtaufgaben

Aufgabe 1 **25 Punkte**

Folgendes Diagramm repräsentiert den Produktionsprozess in einem Betrieb:

- R: Rohstoffblock
- Z: Zwischenproduktblock
- P: Endproduktblock.



Die Endprodukte werden teilweise *direkt* ohne Verwendung der Zwischenprodukte hergestellt.

Direkte Verflechtungskoeffizienten			Gesamtverflechtungskoeffizienten		
	P_1	P_2		P_1	P_2
R_1	2	1	Z_1	1	3
R_2	3	4	Z_2	2	4
	R_1	R_2		P_1	P_2
	6	9		14	27

1. Stellen Sie die obigen Tabellen als Matrizen dar.
2. Modellieren Sie den Produktionsprozess als eine Matrixgleichung.
3. Wie viele Rohstoffe werden pro Zwischenprodukteinheit benötigt?
4. Wie viele Rohstoffe werden zur Realisierung folgendes Produktionsprogramms benötigt?

$$P_1 : 20 \text{ Einheiten}; \quad P_2 : 18 \text{ Einheiten}$$

Aufgabe 2**25 Punkte**

Auf einem Gut sollen Roggen und Kartoffel angebaut werden. Man hat bezogen auf einen Hektar bei Anbaufläche bei Kartoffeln 5 € Anbaukosten, 2 Stunden Arbeit damit und einen Reingewinn von 20 €. Bei Roggen sind das 10 € Anbaukosten, 10 Stunden Arbeit damit und einen Reingewinn von 60 €.

Die Anbaukosten sollen insgesamt höchstens 7000 € betragen. Zur Verfügung stehen dabei 5200 Arbeitsstunden und 1200 Hektar Land.

Zu bestimmen sind die Anbauflächen für Roggen und Kartoffel so, dass der gesamte Reingewinn möglichst groß wird.

1. Formulieren Sie das Problem als ein Modell der linearen Optimierung.
2. Lösen Sie das Modell nach der *Simplexmethode*.
3. Geben Sie den prozentualen Auslastungsgrad des Arbeitsstundenvolumens an.

Aufgabe 3**25 Punkte**

Ein produzierendes Unternehmen hat folgende *Durchschnittskostenfunktion*

$$k(x) = 1.5x^2 - 5x + 20 + \frac{4}{x}, \quad x \in]0, 5].$$

Das Unternehmen verlangt für jede Produkteinheit 20.50 Geldeinheiten.

1. Berechnen und *interpretieren* Sie die Grenzgesamtkosten bei einer Produktion von 3 Mengeneinheiten.
2. Für welche Produktionsmenge erzielt das Unternehmen einen maximalen Gewinn? Wie hoch ist der entsprechende Gewinn?
3. Ermitteln Sie die prozentuale Änderung des Gewinns des Unternehmens, falls es seine Produktion, ausgehend von 1.5 Mengeneinheiten, um ein Prozent erhöht
 - i) näherungsweise
 - ii) exakt

(*Rechnen Sie mit einer Genauigkeit von 4 Dezimalstellen.*)

Kommentieren Sie Ihre Ergebnisse.

B. Wahlaufgaben

Es ist **genau** eine der nachfolgenden zwei Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die Aufgabe, die Sie **nicht** gewählt haben, **durch**.

Aufgabe 4

25 Punkte

Ein Betrieb verkauft zwei Produkte P_1 und P_2 . Er hat die Nachfragefunktionen:

$$p_1 = 55 - x_1 - x_2, \quad p_2 = 70 - x_1 - 2x_2$$

und die Kostenfunktion

$$K(x_1, x_2) = x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2.$$

1. Für welche Produktionsmengen wird ein maximaler Gewinn erzielt?
2. Wie hoch ist der maximale Gewinn?
3. Wie lauten die entsprechenden Preise?

Aufgabe 5

25 Punkte

1. Zu maximieren sei die Nutzenfunktion

$$N(x_1, x_2) = x_1x_2 + x_1 + 2x_2$$

unter der Nebenbedingung

$$2x_1 + 5x_2 = 51.$$

2. Welche Auswirkung hat die Erhöhung des Budgets 51 auf den Wert der Nutzenfunktion?