Dr. sc. Siassi
Hochschule für Wirtschaft und Recht
Dezember 2014

Klausur Statistik

A. Pflichtaufgaben

Aufgabe 1	**20 Punkte**

1.

Arbeitstabelle

g_i	G_i	H_i	m_i	$m_i \cdot H_i$	$(m_i - 50.80)^2 \cdot H_i$
40	44	1	42	42	77.44
44	48	1	46	46	23.04
48	52	7	50	350	4.48
52	56	6	54	324	61.44
		15		762	166.40

2.

$$\bar{x} \approx \frac{762}{15} = 50.80$$

$$s^2 \approx \frac{166.40}{14} \approx 11.89, \qquad s \approx 3.45$$

$$v \approx \frac{3.45}{50.80} < 0.07 < 0.50\,.$$

Damit ist das arithmetische Mittel repräsentativ.

3.
Mindestens 50% der Preise liegen im Intervall $[50.80 - 3.45,\ 50.80 + 3.45] = [47.35,\ 54.25]$.

Aufgabe 2	**20 Punkte**

1.

$$y^* = a_0 x^{a_1}$$

$$\lg y^* = \lg a_0 x^{a_1}, \qquad \lg y^* = \lg a_0 + \lg x^{a_1},$$

$$\lg y^* = \lg a_0 + a_1 \lg x$$

Sei

$$Y^* := \lg y^*, \quad A_0 := \lg a_0, \quad A_1 := a_1, \quad X := \lg x.$$

$$Y^* = A_0 + A_1 X$$

$$\begin{cases} nA_0 + A_1 \sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{i=1}^{n} Y_i \\ A_0 \sum_{i=1}^{n} X_i + A_1 \sum_{i=1}^{n} X_i^2 = \sum_{i=1}^{n} Y_i X_i \end{cases}$$

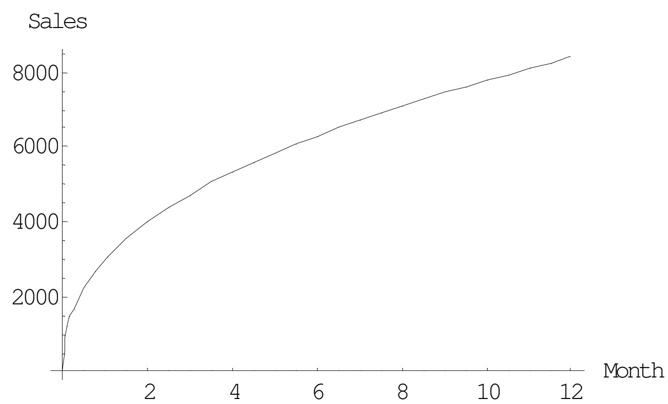
Monat	x_i	X_i	X_i^2	y_i	Y_i	$X_i Y_i$
Januar	1	0	0	3010	3.4785665	0
Februar	2	0.30103000	0.09061906	4500	3.65321251	1.09972655
April	4	0.60205999	0.36247623	4400	3.64345268	2.19357709
Juni	6	0.77815125	0.60551937	5400	3.73239376	2.90436687
Juli	7	0.84509804	0.7141907	7295	3.8630253	3.26463511
August	8	0.90308999	0.81557152	8195	3.91354896	3.53428688
		3.42942927	2.58837688		22.2841997	12.9965925

$$\begin{cases} 6A_0 + 3.42942927 A_1 = 22.2841997 \\ 3.42942927 A_0 + 2.58837688 A_1 = 12.9965925 \end{cases}$$

$$A_0 = 3.477859408 \quad \Rightarrow \quad a_0 = 3005.10332$$

$$A_1 = 0.413200896 = a_1$$

$$y^* = 3005.10332 x^{0.413200896}$$



2.

Monat	Umsatz [1000 €]
März	4732
Mai	5844
September	7450
Oktober	7781
November	8094
Dezember	8390

Aufgabe 3 **15 Punkte**

Sei

X : Brenndauer [Stunden] .

$\mu = 900$ Stunden, $\sigma = 100$ Stunden

1.

$$P(X < 680) = F(680) = \Phi\left(\frac{680-900}{100}\right)$$

$$= \Phi(-2.2) = 1-\Phi(2.2) = 1-0.9861 = 0.0139 \text{ (d.h. 1.39\%)} .$$

2.

$$P(X > 1200) = 1 - P(X \le 1200) \approx 1 - P(X < 1200) = 1 - F(1200)$$

$$= 1-\Phi\left(\frac{1200-900}{100}\right) = 1-\Phi(3) = 1-0.9987 = 0.0013 \text{ (d.h. 0.13\%)}$$

3.

$$P\left(X < 800\right) + P\left(X > 1200\right) = 1 - P\left(800 \le X < 1200\right)$$

$$= 1 - P\left(800 \le X < 1200\right) = 1 - \left(F(1200) - F(800)\right)$$

$$= 1 - \left(\Phi\left(\frac{1200-900}{100}\right) - \Phi\left(\frac{800-900}{100}\right)\right)$$

$$= 1 - \left(\Phi\left(3\right) - \Phi(-1)\right)$$

$$= 1 - \left(\Phi\left(3\right) - \Phi(-1)\right)$$

$$= 1 - \left(\Phi\left(3\right) - \left(1 - \Phi(1)\right)\right)$$

$$= 1 - \left(0.9987 - 1 + 0.8412\right) = 0.1601 \text{ (d.h. 16.01\%)} .$$

B. Wahlaufgaben

Es sind **genau** drei der nachfolgenden vier Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die Aufgabe, die Sie **nicht** gewählt haben, **durch**.

Aufgabe 4	**15 Punkte**

Sei

A: Ein Teil ist Ausschuss

$B_i,\ i = 1,2,3$: Ein Teil wurde auf der Maschine M_i produziert

Wir haben damit

$$P(B_1) = 0.30, \qquad P(B_2) = 0.50, \qquad P(B_3) = 0.20$$

$$P(A/B_1) = 0.04, \quad P(A/B_2) = 0.03, \quad P(A/B_3) = 0.01$$

1.

$$P(A) = 0.30 \cdot 0.04 + 0.50 \cdot 0.03 + 0.20 \cdot 0.01 = 0.029 \ (= 2.9\%) > 2\%.$$

Ja.

2.

$$P(B_2/A) = \frac{0.50 \cdot 0.03}{0.029} \approx 0.5172$$

Aufgabe 5	**15 Punkte**

Sei

X : Anzahl der ausgeliehenen Kleintransporter donnerstags

1.

Im Durchschnitt sind donnerstags 3 Kleintransporter ausgeliehen.

2.

$$\begin{cases} 0.05 + 0.10 + 0.10 + 0.40 + a + b = 1 \\ 0.05 \cdot 0 + 0.1 \cdot +0.10 \cdot 2 + 0.40 \cdot 3 + a \cdot 4 + b \cdot 5 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 0.35 \\ 4a + 5b = 1.5 \end{cases} \Rightarrow \quad a = 0.25, \quad b = 0.10$$

3.

$$P(X \le 2) = 0.05 + 0.10 + 0.10 = 0.25$$

4.

$$P(1 \le X < 3) = 0.10 + 0.10 = 0.20$$

5.

$$D(X)=\sqrt{0.05\cdot 0_2+0.10\cdot 1^2+0.10\cdot 2^3+0.40\cdot 3^2+0.25\cdot 4^2+0.20\cdot 5^2-3^2}=1.3$$

Im Durchschnitt weicht die Anzahl der vermieteten Kleintransporter am Donnerstag um 1.3 vom Durchschnitt.

Aufgabe 6	**15 Punkte**

Sei

X : Anzahl der defekten Reifen in der Stichprobe

X ist hypergeometrisch verteilt mit

$$N=5000, \quad M=1000, \quad n=10$$

1.

$$E(X)=n\cdot p=10\cdot\frac{1000}{5000}=2.$$

2.

$$P(X=3)=\frac{\binom{1000}{3}\binom{5000-1000}{10-3}}{\binom{5000}{10}}=0.20147771537839468$$

Wegen $10\cdot n=10\cdot 10<5000=N$ lässt sich die hypergeometrische Verteilung durch die Binomialverteilung approximieren:

$$P(X=3)=\binom{10}{3}\cdot 0.2^3\cdot 0.8^{10-3}=0.201326592\approx 0.2013.$$

3.

$$P(X>1)=1-P(X\le 1)=1-\left(P(X=0)+P(X=1)\right)$$

$$=1-\left(0.107132518+0.268435274\right)$$

$$=1-0.375567792=0.624432208\approx 0.6244 \text{ (hypergeometrisch)}$$

$$P(X>1)=1-P(X\le 1)=1-\left(P(X=0)+P(X=1)\right)$$

$$=1-\left(0.107374182+0.268435456\right)$$

$$=1-0.375809638=0.624190362\approx 0.6242 \text{ (binomial)}$$

Aufgabe 7	**Punkte 15**

1.

$$\int_0^{\frac{2}{9}c} (c - \frac{9}{2}x)dx = 1$$

$$\int_0^{\frac{2}{9}c} (c - \frac{9}{2}x)dx = \left[cx - \frac{9}{4}x^2 \right]_0^{\frac{2}{9}c} = 1$$

$$c \cdot \frac{2}{9}c - \frac{9}{4} \cdot \frac{4}{81}c^2 = 1, \quad \frac{2}{9}c^2 - \frac{1}{9}c^2 = 1, \quad \frac{1}{9}c^2 = 1, \quad c = 3.$$

2.

$$F(x) = \int_0^x (3 - \frac{9}{2}t)dt = \left[3t - \frac{9}{4}t^2 \right]_0^x = 3x - \frac{9}{4}x^2, \;\; 0 < x \le \frac{2}{3}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x \le 0 \\ 3x - \frac{9}{4}x^2 & 0 < x \le \frac{2}{3} \\ 1 & \frac{2}{3} < x < +\infty \end{cases}$$

3.

$$F(0.5) = \frac{3}{2} - \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{15}{16} = 0.9375 = P(X < 0.5)$$

Etwa 93.75% aller Fahrer erwerben den Führerschein innerhalb der ersten sechs Monate.

4.

$$E(X) = \int_0^{\frac{2}{3}} (3 - \frac{9}{2}x)xdx = \int_0^{\frac{2}{3}} (3x - \frac{9}{2}x^2)xdx = \left[\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x^3 \right]_0^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{9}$$

Im Mittel werden 2/9-Jahre (2.67 Monate) bis zum Führerscheinerwerb benötigt.