

Quantitative Methoden der Logistik

A. Pflichtaufgaben

Problem 1

14 Punkte

Sei

$x_i, i = 1, 2$: Output nach T_i

$$z = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$0.4x_1 + 2.0x_2 \leq 26$$

$$2.0x_1 + 1.0x_2 \leq 40$$

$$2.0x_2 \leq 24$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2.

Normalform:

$$z = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$0.4x_1 + 2.0x_2 + x_3 = 26$$

$$2.0x_1 + 1.0x_2 + x_4 = 40$$

$$2.0x_2 + x_5 = 24$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 5.$$

Simplextableau

BV	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_0
x_3	$\frac{2}{5}$	2	1	0	0	26
x_4	2	1	0	1	0	40
x_5	0	2	0	0	1	24
z	-10	-15	0	0	0	0
x_3	$\frac{2}{5}$	0	1	0	-1	2
x_4	2	0	0	1	$-\frac{1}{2}$	28
x_2	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	12
z	-10	0	0	0	$\frac{15}{2}$	180
x_1	1	0	$\frac{5}{2}$	0	$-\frac{5}{2}$	15
x_4	0	0	-5	1	$\frac{9}{2}$	18
x_2	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	12
z	0	0	25	25	$-\frac{35}{2}$	230
x_1	1	0	$-\frac{5}{18}$	$\frac{5}{9}$	0	15
x_5	0	0	$-\frac{10}{9}$	$\frac{2}{9}$	1	4
x_2	0	1	$\frac{5}{9}$	$-\frac{1}{9}$	0	10
z	0	0	$\frac{50}{9}$	$\frac{35}{9}$	0	300

$$x^* = (15 \ 10 \ 0 \ 0 \ 4)^T, \quad z^* = 25 \text{ €}$$

3.

Vier Einheiten ($x_5 = 4$)

Problem 2**13 Punkte**

1.

	$b_1(0.25)$	$b_2(0.30)$	$b_3(0.15)$	$b_4(0.10)$	$b_5(0.20)$	μ_i
a_1	127.00	21.00	12.80	9.20	21.00	53.37
a_2	31.20	92.00	2.40	6.60	120.00	60.42
a_3	57.60	99.00	43.40	210.38	73.80	86.41

$$a^* = a_3$$

2.

$$u(z) := \begin{cases} z^2 - 0.8z & \text{für } 0 \leq z \leq 10 \\ 7z + 22 & \text{für } 10 < z \leq 19 \\ 35.56z^{\frac{1}{2}} & \text{für } 19 < z \end{cases}$$

$$u(z) = z^2 - 0.8z \Rightarrow u'(z) = 2z, \quad u''(z) = 2 > 0 \Rightarrow \text{Der Entscheidungsträger ist risikofreudig}$$

$$u(z) = 7z + 22 \Rightarrow u'(z) = 7, \quad u''(z) = 0 \Rightarrow \text{Der Entscheidungsträger ist risikoneutral}$$

$$u(z) = 35.56\sqrt{z} \Rightarrow u'(z) = \frac{17.78}{\sqrt{z}}, \quad u''(z) = -\frac{8.89}{\sqrt{z}^3} < 0 \Rightarrow \text{Der Entscheidungsträger ist risikoscheu}$$

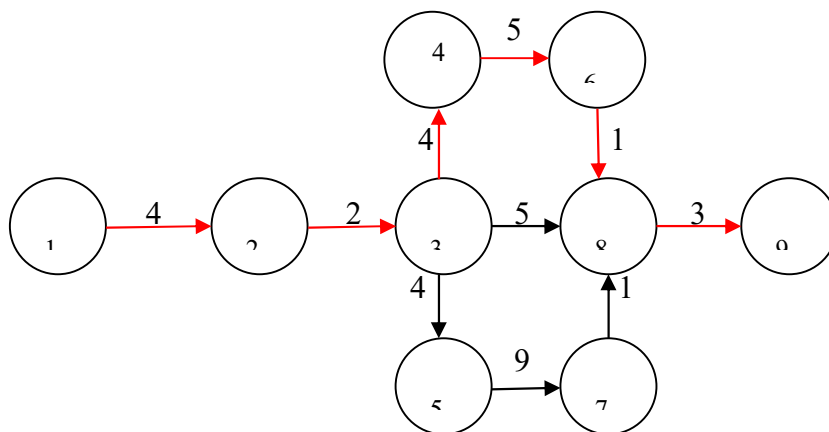
Problem 3

13 Punkte

1.

T^f	Ereignis	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<u>0</u>	1		4							
<u>4</u>	2			2						
<u>6</u>	3				4	4			5	
10	4						5			
<u>10</u>	5							9		
15	<u>6</u>								1	
<u>19</u>	7								1	
<u>20</u>	8									3
<u>23</u>	9									
T^s		<u>0</u>	<u>4</u>	<u>6</u>	14	<u>10</u>	19	<u>19</u>	<u>20</u>	<u>23</u>

Kritischer Weg:



2.

23 Zeiteinheiten.

3.

i	j	$\Delta^G t_{ij} = T_j^s - T_i^f - t_{ij}$	$\Delta^F t_{ij} = T_j^f - T_i^f - t_{ij}$
2	3	0	0
3	8	9	9

- *Gesamte Schlupfzeit*

Die gesamte Schlupfzeit ist die Zeitspanne zwischen frühestmöglichem und spätest zulässigem Eintreten eines Ereignisses:

$$\Delta^G t_{ij} = T_j^s - T_i^f - t_{ij}$$

- *Freie Schlupfzeit*

Die freie Schlupfzeit gibt den Anteil an der gesamten Schlupfzeit, wenn alle "Nachfolger" zu ihren frühestmöglichen Terminen beginnen:

$$\Delta^F t_{ij} = T_j^f - T_i^f - t_{ij}$$

B. Wahlaufgaben

Problem 4

10 Punkte

1.

i	j	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	\bar{t}_{ij}	$\sigma_{t_{ij}}$
1	2	6	8.0	10	8.00	0.67
1	3	18	12.0	24	15.00	1.00
2	3	7	9.0	11	9.00	0.67
2	4	12	15.0	18	15.00	1.00
2	5	8	10.0	11	9.83	0.50
3	5	7	10.0	14	10.17	1.17
4	5	4	6.0	7	5.83	0.50
5	6	5	8.0	10	7.83	0.83

T^f	$\sigma_{t_{ij}}$		1	2	3	4	5	6
<u>0</u>	0.00	1		8 0.67	15 1.00			
<u>8</u>	0.67	2			9 0.67	15 1	9.83 0.50	
<u>17</u>	1.33	3					10.17 1.17	
<u>23</u>	1.67	4					5.83 0.50	
<u>28.83</u>	2.50	5						7.83 0.83
<u>36.66</u>	3.33	6						
		T^s	<u>0</u>	<u>8</u>	18.66	<u>23</u>	<u>28.83</u>	<u>36.66</u>
		$\sigma_{T^s}^2$	3.33	2.67	2.00	1.33	0.83	0

Kritischer Weg: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$

Projektsauer: 33.36 Zeiteinheiten

2.

$$P(X \geq 36.36) = 1 - P(X < 36.36) = 1 - F(36.36) = 1 - \Phi\left(\frac{36.36 - 33.36}{3.33}\right)$$

$$= 1 - \Phi(0.600) = 1 - 0.725753 = 0.274247$$

Problem 5	10 Punkte
------------------	------------------

Wir ermitteln eine zulässige Basislösung nach VAM:

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	a_i
P_1	6	7 20	3 16	10	2	36
P_2	3 20	8	6	8	1 13	33
P_3	14	13	8 4	7 20	4 7	31
b_j	20	20	20	20	20	100

$z^* = 461$

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	a_i	u_i
P_1	6	7 -16	3 +20	10	2	-1	-5
P_2	3 20	8 +9	6 5	8	1 13	4	-3
P_3	14	13	8 4 -	7 20	4 7 +	7	0
b_j	20	20	20	20	20	100	
v_j	6	12	8	7	4		

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	a_i	u_i
P_1	6 2	7 16	3 20	10 3	2 0	36	-1
P_2	3 20	8 4	6 4	8 4	1 9	33	0
P_3	14 6	13 11	8 7	7 20	4 11	31	3
b_j	20	20	20	20	20	100	
v_j	3	8	4	4	1		

$$X^* = \begin{pmatrix} 0 & 16 & 20 & 0 & 0 \\ 20 & 4 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 20 & 31 \end{pmatrix}, \quad z^* = 457$$