

Klausur

Wirtschaftsmathematik

A. Pflichtaufgaben

| | |
|------------------|------------------|
| Aufgabe 1 | 25 Punkte |
|------------------|------------------|

Ein Betrieb stellt aus den Rohstoffen R_1, R_2 und R_3 die Produkte P_1, P_2 und P_3 her. Die nachfolgende Tabelle enthält den Rohstoffverbrauch pro Produkteinheit sowie die entsprechenden maximal verfügbaren Rohstoffmengen:

| | P_1 | P_2 | P_3 | Rohstoffmenge |
|-------|-------|-------|-------|---------------|
| R_1 | 3 | 2 | 1 | 17 |
| R_2 | 1 | 1 | 1 | 10 |
| R_3 | 2 | 1 | 0 | 7 |

Die Rohstoffe sollen voll verbraucht werden.

1. In welchen Bereich darf die Produktion von P_3 variiert werden?
2. Geben Sie zwei mögliche Produktionsprogramme an

| | |
|------------------|------------------|
| Aufgabe 2 | 25 Punkte |
|------------------|------------------|

In einer Betriebsabteilung sind auf den drei Maschinen M_1, M_2 und M_3 die Erzeugnisse E_1 und E_2 zu bearbeiten. Es sind die Bearbeitungszeiten jeder Erzeugniseinheit auf jeder Maschine, der Gewinn pro Erzeugniseinheit in Euro und der Zeitfonds jeder Maschine in Stunden bekannt:

| | E_1 | E_2 | Zeitfonds |
|--------|-------|-------|-----------|
| M_1 | 1 | 1 | 800 |
| M_2 | 1 | 3 | 1800 |
| M_3 | 2 | 1 | 1400 |
| Gewinn | 4 | 5 | |

Es ist ein gewinnmaximierendes Produktionsprogramm zu bestimmen

1. Stellen Sie das Problem als ein Modell der linearen Optimierung dar.
2. Lösen Sie das Problem mit Hilfe der Simplexmethode.
3. Geben Sie die prozentuale Auslastung der einzelnen Maschinen an.
4. Wie würde sich der maximale Gewinn ändern, wenn die Maschine M_1 801 Stunden zur Verfügung stünde?

Aufgabe 3**25 Punkte**

Ein Unternehmen produziert zwei Güter G_1 und G_2 . Die Produktions- und Absatzmenge von $G_i, i = 1, 2$, sei x_i .

Die Umsatzfunktion des Unternehmens ist gegeben durch:

$$U(x_1, x_2) = -2x_1^2 - x_2^2 - x_1x_2 + 200x_1 + 160x_2, \quad x_1, x_2 \in [0, 40].$$

Die Kostenfunktion des Unternehmens lautet:

$$K(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_1x_2 + 100, \quad x_1, x_2 \geq 0.$$

Das Unternehmen möchte in der kommenden Periode insgesamt *genau* 30 Mengeneinheiten produzieren und dabei seinen Gewinn maximieren.

1. Stellen Sie das entsprechende Model auf.
2. Wie viel soll von den einzelnen Gütern produziert werden?
3. Berechnen Sie den maximalen Gewinn, den entsprechenden Umsatz und die dabei entstehenden Kosten.

B. Wahlaufgaben

Es ist **genau** eine der nachfolgenden zwei Aufgaben zu wählen. **Streichen** Sie die Aufgabe, die Sie **nicht** gewählt haben, **durch**.

| | |
|------------------|------------------|
| Aufgabe 4 | 25 Punkte |
|------------------|------------------|

Gegeben sei die Angebotsfunktion

$$x(p) = p^3 \cdot e^{-\frac{p^2}{5000}}, \quad 0 \leq p \leq 75.$$

1. Bestimmen Sie das Angebot für einen Preis von 10 Geldeinheiten.
2. Wie ändert sich das Angebot
 - a) näherungsweise
 - b) exakt

wenn sich der Preis ausgehend von 70 Geldeinheiten um *ein Prozent* erhöht?

| | |
|------------------|------------------|
| Aufgabe 5 | 25 Punkte |
|------------------|------------------|

Ein Monopolist hat die Kostenfunktion

$$K(x) = 0.01x^3 - 0.5x^2 + 10x + 200.$$

Seine Preis-Absatz-Funktion lautet

$$p(x) = -x + 60$$

1. Untersuchen Sie die das Monotonie- und Krümmungsverhalten der Kostenfunktion.
2. Berechnen Sie den Preis, den der Monopolist fordern muss, wenn er das Ziel der Gewinnmaximierung verfolgt.
3. Ermitteln Sie die nachgefragte Menge, Umsatz, Kosten und Gewinn im Gewinnmaximum.