

Grundkonzeption zur Gestaltung eines rechnergestützten Mathematikpraktikum in der mathematischen Grundausbildung „Mathematik für Ökonomen“

Die in der Wirtschaft verstärkt zur Anwendung kommende zentrale und dezentrale elektronische Rechentechnik macht es erforderlich, die Studenten auf die effektive Nutzung dieser Technik vorzubereiten. Hieraus erwachsen neue bzw. zusätzliche Anforderungen an den Inhalt und die Form der Stoffvermittlung in der Lehre. Besonderheiten ergeben sich dabei für die mathematische Ausbildung, weil zum Gegenstand dieser Ausbildung die mathematischen Grundlagen der Datenverarbeitung selbst gehören. Im Beitrag wird eine Konzeption dargelegt, in der die bisher in der mathematischen Ausbildung beim Mensch-Maschine-Dialog (MMD) gesammelten Erfahrungen [1], [2], [3], [4] eingeflossen sind und die gesamten Besonderheiten berücksichtigt werden.

1. Ausbildungsziele

Im Lehrgebiet „Mathematik für Ökonomen“ bestehen die Ziele der Nutzung des MMD insbesondere darin, dass

1. das Anliegen der mathematischen Ausbildung hinsichtlich der Vermittlung der ausgewählten Lehrinhalte und die Schulung der Fähigkeiten zur Anwendung der vermittelten mathematischen Denkweise und Lösungsmethoden unterstützt wird und
2. der Student befähigt wird, vorhandene Kenntnisse auf dem Gebiet der Datenverarbeitung sowie vorliegende EDV-Programme zur Lösung mathematischer Probleme, die aus ökonomischen Fragestellungen resultieren, zu nutzen.

2. Zur Realisierung der Ausbildungsziele

Der Spielraum für die Erfüllung der Ziele hängt entscheidend von den zur Verfügung stehenden Programmen ab. Die Nutzerfreundlichkeit ist bei diesen Programmen darin zu sehen, dass sie als Hauptprozeduren für vielfältige Unterprogramme fungieren können und eine große Zahl von Transformationsbeziehungen zur Auswahl zur Verfügung stellen. Bei der Anlage der Programme ist zu gewährleisten, dass

1. die Behandlung komplexer mathematischer Aufgaben möglich ist,
2. die Vorbereitung des Dialogs die Kenntnis des entsprechenden Begriffsapparates und das Operieren mit diesen Begriffen erforderlich macht,
3. der Ablauf der Problemstellung flexibel ist, so dass Schematismus vermieden wird und der Student zur Steuerung des Programmablaufes den mathematischen Zusammenhang überblicken muss,
4. die zur Anwendung kommenden Methoden dem modernen Stand und dem Niveau der Ausbildung in den angrenzenden Lehrgebieten (Statistik, Datenverarbeitung usw.) entsprechen, wobei die Beziehungen zu den entsprechenden Lehrgebieten sichtbar werden sollen.

Programme, die diese Kriterien nicht erfüllen, sind nur als Ausnahme, im Sinne einer Übergangslösung, für die Lehre zuzulassen.

Für jedes Programm ist eine Programmbeschreibung als Lehrmittel anzufertigen, die den Studenten ausgehändigt werden kann. In der Beschreibung sollten in knapper Form folgende Punkte enthalten sein:

- mathematische Problemstellung
- angewandte mathematische Lösungsverfahren
- Anwendungsgrenzen der Verfahren
- Klassen lösbarer Aufgaben
- Programmspezifische Befehlswörter

3. Vorbereitung, Durchführung und Auswertung des MMD

3. 1. Zur Aufgabenstellung

Für jedes Programm, das für den MMD im Praktikum vorgesehen ist, sind Hausaufgaben und Aufgaben für den MMD zu formulieren. Die Aufgaben können über den Lehrstoff hinausgehen, sollten aber in der Regel im Ansatz behandelt worden sein.

Die Aufgaben sollten mit geringem Rechenaufwand lösbar sein, den Studenten jedoch zwingen, sich mit der mathematischen Problemstellung und dem Lösungsverfahren vertraut zu machen.

Die Aufgaben für den MMD sind so zu strukturieren, dass sich der Student ein überschaubares und handhabbares Konzept für die Abarbeitung der aufgeworfenen Fragen im voraus anlegen kann. Dieses Konzept kann gegebenenfalls zum Gegenstand einer Pflichtkonsultation gemacht werden. Fragestellungen, die über den geplanten Lehrstoff hinausgehen, sind zu kennzeichnen und mit speziellen Literaturhinweisen zu versehen. Triviale Aufgaben sind auszuschließen.

3. 2. Zum MMD

Für den MMD sollten zur gegenseitigen Unterstützung Gruppen von 2 bis 4 Studenten gebildet werden, die jeweils eine Aufgabenvariante zu bearbeiten haben. Über eine unmittelbare Betreuung der Studenten während des MMD ist in Abhängigkeit von folgenden Umständen flexibel zu entscheiden:

- gehört zu jeder Gruppe wenigstens ein Student, der mit der in Ansatz gebrachten Rechentechnik vertraut ist,
- besteht eine Synchronität mit Vorlesung und Seminar bezüglich der zu bearbeitenden Aufgabenstellung.

Notwendig sind auf jeden Fall feste Konsultationszeiten, in denen den Studenten die Möglichkeit eingeräumt wird, Fragen zum Programm und zum Programmablauf zu stellen.

3. 3. Leistungskontrolle

Die Ergebnisse des MMD sind in einem Beleg zusammenzufassen. Der Beleg sollte möglichst folgende Punkte enthalten:

- die Bedeutung der betrachteten mathematischen Problemstellung für ökonomische Fragen,
- eine vollständige Beschreibung der Aufgabenvariante,

- die wichtigsten Ergebnisse des Dialogs (möglichst in Form eines Rechnerausdrucks),
- eine explizite Beantwortung der für die Hausaufgaben und für den MMD gestellten Fragen.

Der Beleg kann als Voraussetzung für die Zulassung zu weiteren Prüfungen bzw. auch höher bewertet werden.

4. Organisation und Planung des Praktikums

Zur Erreichung einer unteren Schwelle bei der Ausbildung von Fähigkeiten für die Führung des MMD und der Effektivität dieser Lehrform für die Wissensaneignung entsprechend den Ausbildungszielen sind mindestens 3 Programme für den MMD im Lehrgebiet zu realisieren. Um den MMD für die Studenten möglichst rationell und intensiv zu gestalten, ist nach Möglichkeit ein zeitlich auf eine bestimmte Periode beschränktes Rechnerpraktikum für das Lehrgebiet vorzusehen. Der Nachteil, der sich für die Vorbereitung des MMD aus der dann nicht mehr bestehenden Synchronität zur Vorlesung und zum Seminar ergibt, ist durch eine Eröffnungskonsultation für die Programme auszugleichen. Für einen gegebenenfalls notwendige unmittelbare Betreuung der Studenten während des MMD ist der Einsatz von Hilfsassistenten in Erwägung zu ziehen.

Auf Grund der z.Zt. noch begrenzten Gerätezahl sind die Zeiten für den MMD für jede Seminargruppe zu Beginn des Studienjahres (Semesters) anzumelden und zentral einzuplanen (Geräteplanung in Analogie zur Raumplanung).

5. Beispiele

Als ein Demonstrationsbeispiel für das rechnergestützte Mathematik-Praktikum sollen hier zwei Praktikumsaufgaben im Rahmen des Themenkomplexes „Lösung von nichtlinearen Gleichungen und Gleichungssystemen“ angeführt werden:

Allgemeine Problemstellung:

Zu lösen ist die Gleichung

$$f(x) = 0, \quad x \in M \subseteq R^n, \quad f(x) \in N \subseteq R^n \quad (1)$$

Lösungsmethode:

Die Gleichung (1) wird in eine sogenannte *iterierfähige Form*

$$x = \varphi(x), \quad x \in \bar{M} \subseteq M, \quad \varphi(x) \in \bar{N} \subseteq N \quad (2)$$

überführt.

Voraussetzung:

Jede Lösung der Gleichung (1) ist auch Lösung von (2) und umgekehrt:

Zur Lösung der Gleichung (2) wird folgende Folge konstruiert:

$$x^{(0)} := x^{ANF} \in \bar{M}, \quad x^{(p+1)} := \varphi(x^{(p)}), \quad p \in \mathbb{N}, \quad \mathbb{N} : \text{Menge der natürlichen Zahlen.} \quad (3)$$

Die Menge $\{x^{(p)}\}, p \in \mathbb{N}$, konvergiert unter bestimmten Bedingungen gegen eine Lösung x^* von (2).

Praktikumsaufgabe Nr. 1:

Gegeben sei die oben angeführte allgemeine Problemstellung.

Aufgabe:

- 1) Lösen Sie folgende Aufgabe graphisch:

$$x^2 - \ln x - 2 = 0 \quad (4)$$

- 2) Überführen Sie die Gleichung (4) in mindestens zwei iterierfähige Formen. Berechnen Sie per Taschenrechner alle Lösungen von (4) nach der Lösungsmethode (3) mittels der von Ihnen gewählten iterierfähigen Formen. Als Anfangslösung verwenden Sie die nach der graphischen Lösung erhaltenen Näherungswerte. Welche Aussagen lassen sich bezüglich der Konvergenz des Verfahrens (3) machen? Begründen Sie Ihre Antwort!
- 3) Schreiben Sie ein Programm in BASIC für das Iterationsverfahren (3) und testen Sie es anhand der Gleichung (4).
- 4) Lässt sich das Lagerhaltungsproblem ohne Fehlmengen [9] mit Hilfe dieses Programms lösen?
- 5) Die Ergebnisse der Untersuchung sind in einem Praktikumbericht zusammenzufassen. Rechnerausdrücke sind beizufügen [8], [9].

Praktikumsaufgabe Nr. 2:

Gegeben sei die oben angeführte allgemeine Problemstellung mit $n > 1$ in der iterierfähigen Form .

$$\begin{aligned} x &= \varphi(x) \\ &:= b(x) + y, \quad x, y \in R_+^n, \quad b(x) \in R_+^n. \end{aligned} \quad (5)$$

Es gilt nun folgender Satz:

Gegeben sei das Problem (5). Es gelte:

$$b(x^2) \geq b(x^1), \quad x^2, x^1 \in R_+^n : x^2 \geq x^1 \geq 0 \quad (B1)$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} b(x^{(p)}) = b\left(\lim_{p \rightarrow \infty} x^{(p)}\right). \quad (B2)$$

Dann konvergiert das *Verfahren der sukzessiven Approximation (VSA)* genau dann gegen eine Lösung von (5), wenn das Problem (5) *lösbar* ist (in dem Sinne, dass für jedes $y \in R_+^n$ ein $x \in R_+^n$ existiert, so dass (5) erfüllt ist) [5].

Aufgabe:

Die (Vektor-) Funktion $b(x)$ möge folgende Form haben:

$$b(x) := (b_i(x)) \in R_+^n, \tag{6}$$

$$b_i(x) := \sum_{j=1}^n b_{ij}(x), \quad i = 1, 2, \dots, n, \tag{7}$$

$$b_{ij}(x_j) := \sum_{k=0}^K b_{ijk} x_j^k, \quad i, j = 1, 2, \dots, n. \tag{8}$$

Zur Lösung des gestellten Problems existieren Programme in PL/1 (und BASIC), genannt VSA.

Machen Sie sich mit der Kurzbeschreibung der Programme vertraut.

1. Das PL/1- (bzw. BASIC)- Programm ist zur Lösung des folgenden linearen Verflechtungsproblems anzuwenden:

Gegeben sei die Matrix des direkten Materialverbrauchs:

$$A := \begin{pmatrix} 0.40 & 0.10 & 0.18 \\ 0.01 & 0.55 & 0.08 \\ 0.05 & 0.04 & 0.10 \end{pmatrix}$$

und der Endverbrauchsvektor

$$y := (103 \quad 28 \quad 30)^T.$$

Gesucht ist der Gesamtproduktionsvektor x .

2. Das Programm ist durch einen Block zu ergänzen, in dem die Isotoniebedingung (B1) getestet wird, wobei im Falle der Verletzung der Bedingung (B1) die Berechnung je nach Wunsch abgebrochen oder fortgesetzt werden kann.
3. Auf Grund der in [7] enthaltenen Daten sind die Funktionen $b_{ij}(x_j)$ als quadratisch geschätzt worden. Stellen Sie das entsprechende nichtlineare Verflechtungsmodell auf und testen Sie das von Ihnen vervollständigte Programm anhand dieses Problems.
4. Die Ergebnisse der Untersuchung sind in einem Praktikumbericht zusammenzufassen. Rechnerausdrucke sind beizufügen. [5], [6], [7].

Literaturverzeichnis

- [1] Müller, J. A.; Martin, W.; Stopp, W.:
Zur Nutzung der Bildschirmtechnik in rechnergestützten Seminaren in der Fachrichtung
Mathematik und Datenverarbeitung in der Wirtschaft
Das Hochschulwesen, 1/1981, S. 82
- [2] Martin, W.:
Anwendung der Bildschirmtechnik in der Grund- und Fachausbildung Mathematik für
Ökonomen.
Material des Kolloquiums „Rechnergestützte Planspiele in der
wirtschaftswissenschaftlichen Ausbildung“
Berlin 1981, Eigenverlag der HfÖ
- [3] Martin, W.:
Zur Stellung und Funktion rechnergestützter Seminare in der mathematischen
Grundausbildung „Mathematik für Ökonomen“.
Material des Kolloquiums „Probleme und Erfahrungen bei der Projektierung und Nutzung
von rechnergestützten ökonomischen Spielen in der wirtschaftswissenschaftlichen
Ausbildung“
Leipzig 1982, Eigenverlag der Handelsschule Leipzig
- [4] Martin, W.; Müller, J. A.:
Sammlung von Programmbeschreibungen für rechnergestützte Bildschirmseminare in der
mathematischen Ausbildung für Ökonomen.
Berlin 1982, Eigenverlag der HfÖ.
- [5] Siassi, J.:
Verfahren zur Lösung von statischen volkswirtschaftlichen Verflechtungsmodellen mit
nichtlinearen Materialaufwandfunktionen.
Fo-Inf. d. Sektion Leitung, Informationsverarbeitung und Statistik, Hochschule für
Ökonomie „Bruno Leuschner“.
Berlin, H. 3/86(10)
- [6] Siassi, J.:
Das Verfahren „VSA“ zur Lösung von nichtlinearen Gleichungssystemen.
Programmbeschreibung in PL/1 und BASIC, WB Operationsforschung der HfÖ „Bruno
Leuschner“, Berlin 1984
- [7] Kigyóssy-Schmidt, E.; Schwarz, R.:
Nichtmaterielle Leistungen.
Berlin 1983
- [8] Dück, W.:
Numerische Methoden der Wirtschaftsmathematik, Bd. 1, Kapitel 2
Berlin 1973
- [9] Dück, W.; Körth, H.; Runge, W.; Wunderlich, L. (Hrsg.):
Mathematik für Ökonomen, Bd. 1, S. 378-381
Berlin 10979